



---

---

Universidad Autónoma de San Luis Potosí

Facultad de Ciencias

Posgrado en Ingeniería Electrónica

*Decodificador Esférico de Complejidad Reducida para Sistemas de  
Comunicación MIMO*

TESIS

para obtener el grado de:

Maestría en Ingeniería Electrónica  
con orientación en Telecomunicaciones

Presenta:

**Ing. Juan Francisco Castillo León**



© Juan Francisco Castillo León, 2012



# Universidad Autónoma de San Luis Potosí

## Facultad de Ciencias

### Posgrado en Ingeniería Electrónica

Los miembros del comité de tesis recomiendan la aceptación de la tesis de Juan Francisco Castillo León como un cumplimiento parcial de los requisitos para obtener el grado de:

#### Maestría en Ingeniería Electrónica

con orientación en Telecomunicaciones

---

Dr. Ulises Pineda Rico

Asesor

---

Dr. Enrique Stevens Navarro

Co-asesor

---

Dr. Martin Luna Rivera

Sinodal

---

Dr. Daniel Ulises Campos Delgado

Sinodal

---

Dr. Jesús Acosta Elías

Sinodal

Enero 2012



*Con cariño y amor:*

*A mis padres y hermanos quiénes siempre me han apoyado.*





# Agradecimientos

Agradezco a mis padres por todos los sacrificios que han realizado a lo largo de estos años para apoyarme, por su paciencia y su amor incondicional. De igual manera agradezco a mis hermanos, que siempre han estado a mi lado.

Gracias a mis asesores: Ulises Pineda y Enrique Stevens por apoyarme en este trabajo, compartir sus conocimientos y brindarme la oportunidad de ser su colaborador. Gracias a todas y cada una de las personas con quienes conviví en este periodo de dos años, catedráticos, compañeros y amigos.

Agradezco a CONACYT por la beca proporcionada (Becario: 333202).

Este trabajo fue apoyado con ayuda de los proyectos de investigación PROMEP /103,5/10/4520 y FAI: C10 – FAI – 05 – 10,38.

*Juan Francisco Castillo León*

*Universidad Autónoma de San Luis Potosí  
Enero 2012*



# Decodificador Esférico de Complejidad Reducida para Sistemas de Comunicación MIMO

Juan Francisco Castillo León  
Universidad Autónoma de San Luis Potosí, 2012

## Resumen

El proyecto de tesis comenzó primeramente con un amplio estudio del estado del arte sobre los sistemas de múltiples entradas múltiples salidas (MIMO, por sus siglas en inglés, de Multiple Input Multiple Output), poniendo especial atención al decodificador de esfera (SD por sus siglas en inglés, de Sphere Decoder), que es propuesto en la literatura como un detector de baja complejidad y con un rendimiento cercano al óptimo. Además se realizó un análisis comparativo de rendimiento y complejidad, entre el detector de esfera y algunos otros detectores implementados actualmente en equipos comerciales.

La tesis presenta principalmente tres aportes, el primero al proponer la modificación del algoritmo del decodificador de esfera general, generando un nuevo algoritmo denominado less complexity sphere decoder (LSD). El segundo aporte consiste en un algoritmo denominado improved Less Complexity Sphere Decoder (iLSD), que se especializa en la detección de símbolos con modulación PSK, además cuenta con una etapa de corrección de error, que le permite aumentar su desempeño. Como tercer aporte se propone el algoritmo improved Less Complexity Sphere Decoder Plus (iLSD+), que mantiene las características del algoritmo iLSD, pero se especializa en la detección de símbolos con modulación QAM y su principal ventaja es su baja complejidad computacional.



# Índice General

<b>Lista de Figuras</b>	<b>v</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>vii</b>
<b>Capítulo 1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
1.1. Objetivos . . . . .	3
1.1.1. Objetivos Generales . . . . .	3
1.1.2. Objetivos Específicos . . . . .	3
1.2. Justificación . . . . .	3
1.3. Organización . . . . .	4
1.4. Publicaciones Selectas . . . . .	4
<b>Capítulo 2. ANTECEDENTES</b>	<b>5</b>
2.1. Propagación de Ondas de Radio . . . . .	5
2.2. Inconvenientes para la Propagación de las Ondas de Radio . . . . .	6
2.3. Canales con Desvanecimiento . . . . .	6
2.4. Propagación Multitrayecto . . . . .	7
2.5. Desvanecimiento Multitrayecto . . . . .	7
2.5.1. Desvanecimiento Selectivo en Frecuencia . . . . .	9
2.5.2. Desvanecimiento Plano . . . . .	9
2.6. Modelos de Canal con Desvanecimiento Rápido . . . . .	9
2.6.1. Modelo Gaussiano . . . . .	10
2.6.2. Modelo Rayleigh . . . . .	11
2.6.3. Modelo de Rician . . . . .	11
2.7. Correlación . . . . .	12
2.8. Métodos de Evaluación . . . . .	13
2.8.1. Métodos Montecarlo . . . . .	13
2.8.2. Análisis de Complejidad . . . . .	13
<b>Capítulo 3. SISTEMAS DE MULTIPLES ENTRADAS Y MULTIPLES SALIDAS</b>	<b>15</b>
3.1. Introducción a los Sistemas MIMO . . . . .	15

3.2.	Sistemas de Diversidad . . . . .	16
3.3.	Tipos de Diversidad . . . . .	17
3.3.1.	Diversidad de Espacio . . . . .	18
3.3.2.	Diversidad de Frecuencia . . . . .	18
3.3.3.	Diversidad de Tiempo . . . . .	19
3.3.4.	Diversidad por Selección . . . . .	19
3.3.5.	Diversidad por Conmutación . . . . .	20
3.4.	Capacidad de los Sistemas MIMO . . . . .	20
3.5.	Factores que Limitan la Capacidad . . . . .	21
3.5.1.	Correlación en MIMO . . . . .	21
3.5.2.	Influencia de Diversos Parámetros en la Correlación . . . . .	22
3.6.	Situación Actual de los Sistemas MIMO . . . . .	23
3.6.1.	MIMO en el Estándar IEEE 802.16 . . . . .	23
3.6.2.	MIMO en el Estándar IEEE 802.11n . . . . .	24
3.6.3.	MIMO en el Estándar IEEE 802.20 . . . . .	24
3.6.4.	MIMO en el 3GPP . . . . .	24
<b>Capítulo 4. DETECCIÓN EN LOS SISTEMAS MIMO</b>		<b>27</b>
4.1.	Introducción . . . . .	27
4.2.	Solución del Problema CVP . . . . .	28
4.3.	Métodos Aproximados . . . . .	29
4.3.1.	Zero-Forcing . . . . .	29
4.3.2.	Zero-Forcing SIC . . . . .	30
4.3.3.	Minimum Mean Square Error . . . . .	30
4.4.	Métodos Máxima Verosimilitud . . . . .	31
4.4.1.	Esquemas de Ramificación y Poda . . . . .	31
4.4.2.	Detector ML . . . . .	32
4.4.3.	Detector de Esfera . . . . .	33
4.4.4.	Preprocesado y Ordenación de la Decodificación . . . . .	34
4.4.5.	Selección de los Radios Iniciales . . . . .	35
<b>Capítulo 5. DECODIFICACIÓN DE ESFERA</b>		<b>37</b>
5.1.	Decodificador de Esfera General. . . . .	37
5.2.	Algoritmo SDVB . . . . .	41
5.3.	Decodificador de Esfera Complejo . . . . .	42
5.4.	Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida (LSD) . . . . .	45
5.5.	Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado (iLSD) . . . . .	47
5.5.1.	Mejora en la Asignación de Area de Búsqueda . . . . .	48
5.6.	Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado Más (iLSD+) . . . . .	52

<b>Capítulo 6. SIMULACIÓN Y RESULTADOS</b>	<b>55</b>
6.1. Descripción del Modelo Simulado . . . . .	55
6.1.1. Generador de datos . . . . .	56
6.1.2. Modulador . . . . .	56
6.1.3. Canal . . . . .	57
6.1.4. Detector . . . . .	57
6.1.5. Mediciones de rendimiento . . . . .	57
6.2. Definición del Radio Inicial . . . . .	58
6.3. Resultados . . . . .	58
6.3.1. Decodificador SD en Sistemas MIMO . . . . .	58
6.3.2. Detector LSD . . . . .	61
6.3.3. Detector iLSD . . . . .	62
6.3.4. Detector iLSD+ . . . . .	66
<b>Capítulo 7. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO</b>	<b>69</b>
7.1. Conclusiones . . . . .	69
7.2. Propuestas para el Trabajo Futuro . . . . .	70
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>





## Lista de Figuras

2.1.	Limitaciones del canal de radio. . . . .	6
2.2.	Ejemplo de una señal con desvanecimiento. . . . .	7
2.3.	Modelo del efecto multitrayecto en un entorno de interior. . . . .	8
2.4.	Modelo del efecto multitrayecto en un entorno exterior. . . . .	8
2.5.	Ancho de banda de la señal vs. Ancho de banda del canal. . . . .	9
2.6.	Ancho de banda de la señal vs. Ancho de banda del canal. . . . .	10
2.7.	Algunos tipos de desvanecimiento. . . . .	10
2.8.	Ejemplo de un patrón de recepción para un canal Rayleigh. . . . .	11
2.9.	Ejemplo de un patrón de recepción para un canal Rician. . . . .	12
3.1.	Esquema de canal MIMO $M \times N$ . . . . .	16
3.2.	Esquema general de diversidad. . . . .	16
3.3.	Canal equivalente en un sistema de diversidad de dos ramas. . . . .	17
3.4.	Esquema de un sistema con diversidad de espacio, a) Sistema SIMO, b) Sistema MISO, c) Sistema MIMO. . . . .	18
3.5.	Esquema de un sistema con diversidad por selección en el receptor. . . . .	19
3.6.	Diagrama de bloques de la diversidad por conmutación. . . . .	20
4.1.	Interpretación de ML. . . . .	32
4.2.	Constelación $A^1$ , formada por los elementos de la modulación. a) 16QAM , b) 8PSK. . . . .	33
4.3.	Idea del Decodificador de Esfera. . . . .	34
5.1.	Identificación de los nodos de una constelación $A^1$ , con modulación 16QAM distorsionada por el canal $\mathbf{H}$ , contenidos dentro de la esfera de radio $r$ . . . . .	38
5.2.	Ejemplo de árbol generado para determinar los datos recibidos por un vector de 4 dimensiones. . . . .	41
5.3.	Intersección del disco de búsqueda y la constelación 8PSK. . . . .	43
5.4.	Límites de radio para una constelaciones QPSK en un sistema de 4 niveles, donde LI representa el límite inferior y LS representa el límite superior. . . . .	47
5.5.	Detección de símbolos con modulación 8PSK, a)LSD b)iLSD. . . . .	48
5.6.	Cambio de fase en un dato recibido. . . . .	49

5.7. Division en capas de una constelación $A^1$ , con modulación a) 16QAM, b) 64QAM. . . . .	52
6.1. Modelo a bloques del sistema de transmisión MIMO simulado. . . . .	55
6.2. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación BPSK para un sistema MIMO de $4 \times 4$ . . . . .	59
6.3. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación QPSK para un sistema MIMO de $4 \times 4$ . . . . .	59
6.4. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR con modulación BPSK para un sistema MIMO de $4 \times 4$ . . . . .	60
6.5. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR con modulación QPSK para un sistema MIMO de $4 \times 4$ . . . . .	60
6.6. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR sobre un canal con desvanecimiento Rician, con modulación BPSK para un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	61
6.7. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh correlacionado, con modulación BPSK para un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	62
6.8. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación BPSK sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	63
6.9. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh, modulación BPSK para un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	64
6.10. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh, modulación 8PSK para un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	64
6.11. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación BPSK sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	65
6.12. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación 8PSK sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	66
6.13. Radios utilizados para la detección de datos con modulación 64QAM, defini- ción del ángulo de apertura y búsqueda en dos capas. . . . .	67
6.14. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación 16QAM, sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	67
6.15. Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, con modulación 64QAM, sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	68
6.16. Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación 64QAM sobre un sistema MIMO de $2 \times 2$ . . . . .	68

## Lista de Tablas

2.1. Niveles de atenuación para diferentes materiales. . . . .	5
6.1. Modulación en tecnologías de banda ancha inalámbrica. . . . .	56



## Acronimos

- 3GPP — Proyecto Asociación de Tercera Generación
- AWGN — Ruido Blanco Aditivo Gaussiano
- BER — Tasa de Error de Bits
- BFWA — Acceso Fijo Inalámbrico de Banda Ancha
- CNR — Relación Portadora a Ruido
- CSD — Decodificador de Esfera Complejo
- CSI — Información del Estado del Canal
- CVP — Problema del Vector más Cercano
- dB — Decibel
- EGC — Combinación de Ganancia Constante
- ETSI — Instituto Europeo de Normas de Telecomunicaciones
- FBWA — Banda Ancha de Acceso Inalámbrico Fijo
- FEC — Corrección de Errores Hacia Adelante
- GSD — Decodificador de Esfera General
- HiperMAN — Red de Area Metropolitana de Alto Rendimiento
- HSDPA — Acceso Descendente de Paquetes a Alta Velocidad
- HSUPA — Acceso Ascendente de Paquetes a Alta Velocidad
- IEEE — Instituto de Ingenieros en Electricidad y Electrónica
- iLSD — Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado
- iLSD+ — Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado Más

- LSD — Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida
- LOS — Línea de Vista
- LTE — Long Term Evolution
- MIMO — Múltiples Entradas Múltiples Salidas
- MBWA — Banda Ancha Móvil de Acceso Inalámbrico
  - ML — Máxima Verosimilitud
- MMSE — Mínimo Error Cuadrático Medio
- MRC — Combinación de Razón Máxima
- OFDM — Multiplexación por División de Frecuencias Ortogonales
  - PSK — Modulación por Desplazamiento de Fase
- QAM — Modulación de Amplitud en Cuadratura
  - SIC — cancelación sucesiva de símbolos interferentes
- SD — Decodificador de Esfera
- SDVB — Decodificador de Esfera de Viterbo y Boutros
- SISO — Simple Entrada Simple Salida
- SNR — Relación Señal a Ruido
- WCDMA — Acceso Múltiple por División de Código de Banda Ancha
  - WIFI — Fidelidad Inalámbrica
- WIMAX — Interoperabilidad Mundial para Acceso por Microondas
  - ZF — Forzar a Cero

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

Ha pasado más de un siglo desde que se realizó la primera transmisión vía radio y las comunicaciones inalámbricas se han convertido en el segmento de mayor y más rápido crecimiento dentro del área de las telecomunicaciones. Pensar en redes inalámbricas supone hablar de satélites, celulares, Internet, entre otras cosas. La comunicación inalámbrica sea fija o móvil, es el tipo de comunicación en la que se utiliza la modulación de ondas electromagnéticas, las cuales se propagan por el espacio sin un medio físico que comunique cada uno de los extremos de la transmisión. Sus principales ventajas son que permiten libertad de movimiento y portabilidad, se evita la necesidad de cableado y por lo tanto existe rapidez en su instalación.

En los últimos años se ha incrementado el número de usuarios de Internet, celulares y banda ancha, ellos exigen constantemente un aumento en velocidad de transmisión y mejor calidad de servicio. Al utilizar un canal de radiofrecuencia nos enfrentamos al medio más hostil para la transmisión de información, además siendo el ancho de banda un recurso limitado y costoso, se vuelve poco costeable incrementar las prestaciones del sistema de comunicación modificando estas variables, por lo tanto se ha optado por buscar otras formas de mejorar el sistema y en consecuencia se han realizando grandes avances en el campo de la modulación, la codificación y el procesamiento de señal [1][2].

Tradicionalmente se han implementado sistemas de comunicación de una sola antena tanto en el transmisor como en el receptor, es decir sistemas simple entrada simple salida (SISO, por sus siglas en inglés, de Single Input Single Output), pero recientemente se ha demostrado que los sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO, por sus siglas en inglés, de Multiple Input Multiple Output) son capaces de mejorar la eficiencia espectral, y por lo tanto de incrementar la velocidad de transmisión de datos, sin necesidad de incrementar el ancho de banda requerido, ni la potencia de transmisión [2][3][4]. Los sistemas MIMO han sido incorporados como extensiones de estándares actuales de comunicación inalámbrica como IEEE 802.11 (WIFI), HSDPA (3GPP) e IEEE 802.16 (WIMAX) [5][6][7].

Aun utilizando técnicas MIMO existen desafíos a vencer. La precodificación es una técnica que intenta anular los efectos producidos por el canal, sin embargo estos no se

pueden evitar por completo, principalmente por el carácter aleatorio que presenta el medio de transmisión inalámbrico [8], de manera que en el receptor es necesaria una etapa de detección para incrementar la probabilidad de la recuperación correcta de la información. La detección puede realizarse ya sea utilizando métodos óptimos que son generalmente complejos o métodos subóptimos que tienen una baja complejidad computacional [9].

El detector de máxima verosimilitud (ML, por sus siglas en inglés, de Maximum Likelihood), en general requiere la detección conjunta de un bloque entero de símbolos [10]. Aunque óptimo, la extrema complejidad del detector ML se opone al uso práctico en los sistemas MIMO, especialmente cuando se utilizan modulaciones de orden alto y/o cuando el número de antenas es elevado (arreglos MIMO de  $3 \times 3$  y superiores).

El detector Zero forcing (ZF) utiliza el cálculo de la pseudo-inversa de la matriz que modela al canal para eliminar los efectos del mismo. El detector ZF es utilizado en aplicaciones prácticas debido a su baja complejidad y rapidez [9], sin embargo su rendimiento es bastante bajo comparado con el detector ML.

El detector de mínimo error cuadrático medio (MMSE, por sus siglas en inglés, de Minimum Mean Square Error) presenta mejoras en rendimiento respecto al detector ZF [9]. Como principal diferencia, en el proceso de detección se incluye la información del ruido interferente en la transmisión.

Recientemente se ha producido un creciente interés en ámbito de la detección de máxima verosimilitud en las comunicaciones digitales. El uso del decodificador de esfera (SD, por sus siglas en inglés, de Sphere Decoder) como detector presenta una nueva forma de ver el problema [11], ofrece un rendimiento cercano al óptimo y una complejidad computacional inferior. Lo anterior es alcanzado gracias a que solo se exploran los posibles resultados dentro de una esfera de radio  $r$ , lo que disminuye el número de operaciones ejecutadas en el proceso [12].

En la presente tesis se ha realizado un amplio estudio del estado del arte sobre los sistemas MIMO [13], poniendo especial atención al decodificador de esfera, que es propuesto en la literatura como un detector de baja complejidad y con un rendimiento cercano al óptimo. En este proyecto se han realizado tres aportaciones:

1. Proponer una modificación al algoritmo del decodificador de esfera general, generando un nuevo algoritmo denominado less complexity sphere decoder (LSD) [14].
2. Proponer el algoritmo denominado improved Less Complexity Sphere Decoder (iLSD), que se especializa en la detección de símbolos con modulación PSK, que incluye una etapa de corrección de error, que le permite aumentar su rendimiento.
3. Proponer el algoritmo improved Less Complexity Sphere Decoder Plus (iLSD+), que mantiene las características del algoritmo iLSD, pero se especializa en la detección de símbolos con modulación QAM y su principal ventaja es su baja complejidad computacional.



Por último, para validar y mostrar la relevancia e impacto de las aportaciones se han realizado varios estudios comparativos de rendimiento y complejidad, utilizando diferentes modulaciones digitales de orden bajo y alto, las cuales son usadas en los sistemas de comunicación inalámbricos actuales [15]. Se observó que el rendimiento de los detectores de esfera propuestos es superior al de los detectores que se usan en la actualidad y similar al detector de máxima verosimilitud, pero cabe resaltar que con una complejidad inferior.

## 1.1. Objetivos

### 1.1.1. Objetivos Generales

Obtener un rendimiento similar al presentado por el detector ML en sistemas MIMO, con una complejidad computacional reducida.

### 1.1.2. Objetivos Específicos

- Realizar un amplio estudio sobre los algoritmos de detección MIMO, principalmente del detector de esfera.
- Evaluar el rendimiento del detector de esfera en sistemas MIMO sobre diferentes tipos de canales, Rayleigh, Rician y Rayleigh correlacionado, y realizar una comparación con detectores que se utilizan actualmente en dispositivos comerciales (ZF, MMSE, ML), con el fin de comprobar sus ventajas sobre ellos.
- Realizar un análisis de complejidad computacional para comparar entre diferentes variaciones del detector de esfera.
- Proponer modificaciones al detector de esfera general con el fin de incrementar su rendimiento y/o disminuir su complejidad.

## 1.2. Justificación

Los estándares de comunicación inalámbrica actuales (IEEE 802.11 (WIFI), HSD-PA (3GPP), IEEE 802.16 (WIMAX)) han implementado nuevos métodos de codificación además de recurrir a los sistemas MIMO para incrementar su rendimiento [16]. Actualmente los dispositivos comerciales utilizan detectores lineales por su baja complejidad [16]. Pero gracias a los avances de la tecnología y al incremento en la velocidad de procesamiento de datos, es posible implementar soluciones como el detector de máxima verosimilitud, actualmente solo se utiliza para asegurar la conexión con modulaciones de bajo orden y un número de antenas reducido (arreglos de  $2 \times 2$ ), debido a su alta complejidad computacional. Una opción lógica para mejorar el rendimiento del sistema es la reducción de la complejidad

del detector y esto se puede lograr con la implementación del decodificador de esfera como detector, ya que presenta un rendimiento similar al ML, pero con una complejidad inferior, lo que lo convierte en una opción viable para ser implementada en sistemas comerciales.

### 1.3. Organización

El Capítulo 2 ofrece una revisión de conceptos teóricos básicos para la comprensión de la tesis. Enseguida se comentan brevemente las características del canal de transmisión, así como las herramientas utilizadas en la evaluación de los algoritmos. En el Capítulo 3 se describen los conceptos básicos de los sistemas MIMO, analizando especialmente las técnicas de diversidad. El Capítulo 4 presenta y describe los algoritmos detectores utilizados en sistemas MIMO, tales como: ZF, MMSE, ML, y SD. En el Capítulo 5 se analiza específicamente la detección de esfera, sus variantes (GSD, SDVB, CSD) y las mejoras propuestas en esta tesis (LSD, iLSD, iLSD+). En el Capítulo 6 se analizan los resultados obtenidos, se presentan comparaciones de rendimiento con detectores lineales y comparaciones de complejidad entre detectores de esfera.

### 1.4. Publicaciones Selectas

A partir del trabajo realizado se han generado 2 publicaciones:

- **“Complexity improved Sphere Decoder for Highly Correlated and LOS channels”**, Juan Francisco Castillo León, Ulises Pineda Rico, Enrique Stevens Navarro, Rafael Aguilar González, Research in Computing Science, Advances in Computer Science and Electronic Systems, Vol.52, pp. 308-316, ISSN:1870-4069, Instituto Politécnico Nacional, Abril 2011.
- **“Análisis de Desempeño del Decodificador Esférico en Receptores MIMO”**, Juan Francisco Castillo León, Ulises Pineda Rico, Enrique Stevens Navarro, Rafael Aguilar González, 2do. Encuentro de Telecomunicaciones y Análisis de Señales (ETAS), Septiembre 2010.

# Capítulo 2

## ANTECEDENTES

En este capítulo se ofrece una revisión de los conceptos teóricos básicos. Primeramente se habla sobre la propagación de las ondas de radio, a continuación se describen los modelos de canal utilizados en las simulaciones y finalmente se mencionan los métodos utilizados para evaluar los algoritmos propuestos en esta tesis.

### 2.1. Propagación de Ondas de Radio

La propagación es el conjunto de fenómenos por el cual las ondas de radio pueden viajar de un punto a otro. Una onda de radio puede atravesar diferentes medios o encontrarse con obstáculos y como resultado de ello sufrir importantes cambios de dirección e intensidad en el proceso como se puede ver en la Tabla 2.1. La propagación de las ondas dependerá del ambiente por el que viajan y de la longitud de onda [17].

Tabla 2.1: Niveles de atenuación para diferentes materiales.

<b>Materiales</b>	<b>Grado de atenuación</b>	<b>Ejemplos</b>
Aire	Ninguno	Aire libre, Patio interno
Madera	Bajo	Puerta, Piso
Vidrio	Bajo	Ventanas
Agua	Medio	Acuario, Fuente
Seres Vivos	Medio	Animales, Personas, Plantas
Ladrillos	Medio	Paredes
Concreto	Alto	Muros de carga, Pisos, Columnas
Metal	Muy alto	Concreto reforzado, espejos

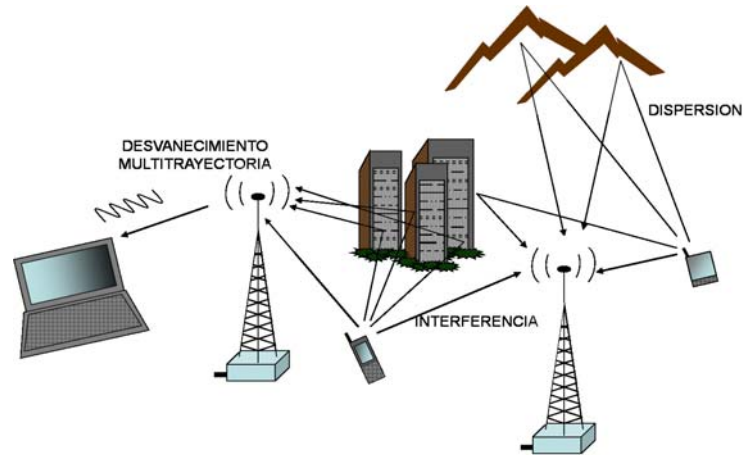


Figura 2.1: Limitaciones del canal de radio.

## 2.2. Inconvenientes para la Propagación de las Ondas de Radio

Los sistemas inalámbricos han experimentado diversos cambios, buscando siempre mayor velocidad de transferencia y calidad de servicio, estos cambios han traído consigo diferentes infraestructuras tecnológicas, que minimizan el error en la transmisión. Sin embargo, existen inconvenientes que no se pueden eliminar y son producidos por los efectos del canal de propagación, algunos de ellos se ejemplifican en la Figura 2.1 y se definen a continuación:

- **Interferencia:** Es el efecto por el cual la señal original, es enmascarada parcial o totalmente por otras señales transmitidas a frecuencias muy cercanas.
- **Atenuación:** Pérdida de potencia de una señal al transitar por cualquier medio de transmisión. La atenuación tiene carácter determinístico (predictivo).
- **Desvanecimiento:** Se refiere a que dicha señal es atenuada debido a la pérdida provocada por los obstáculos y materiales que debe traspasar durante su trayectoria. El desvanecimiento tiene carácter aleatorio (estocástico).
- **Distorsión:** Es cuando la señal se distorsiona pudiendo alterarse su amplitud, frecuencia y/o fase.

## 2.3. Canales con Desvanecimiento

El canal de radio se caracteriza por recibir múltiples señales, es decir, la señal llega al receptor a través de diferentes trayectorias y con diferentes retardos. Tienen generalmente

diferentes desplazamientos de fase y, en consecuencia, pueden sumarse destructivamente resultando en un fenómeno denominado desvanecimiento de señal. El desvanecimiento se caracteriza por la profundidad y la duración, en la Figura 2.2 se muestra una señal transmitida/recibida que ha sufrido desvanecimiento [18].

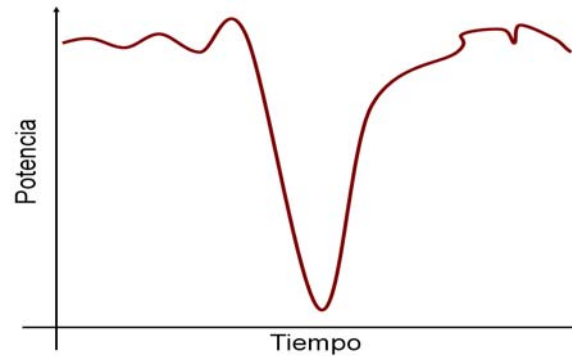


Figura 2.2: Ejemplo de una señal con desvanecimiento.

## 2.4. Propagación Multitrayecto

En ocasiones el receptor no es visible desde la ubicación del transmisor, sin embargo, la comunicación es posible gracias a las múltiples reflexiones, difracciones y al poder de penetrabilidad (consecuencia de las altas frecuencias utilizadas) de las ondas de radio [17]. La presencia de objetos reflectores y dispersores en el entorno produce múltiples versiones de la señal transmitida, estas llegan a la antena receptora desplazada una respecto a la otra en tiempo y orientación espacial, tal como se aprecia en la Figura 2.3 para un sistema de tipo interior o de interiores, y en la Figura 2.4 para un sistema de exterior o de exteriores. De estos tipos de propagación multitrayecto se destaca que los tiempos de viaje de las ondas son distintos y el modelado de cada uno de los canales se debe hacer con consideraciones estadísticas diferentes.

## 2.5. Desvanecimiento Multitrayecto

El desvanecimiento multitrayecto, es uno de los fenómenos que más se presentan en el canal radio y que más afecta a las señales que viajan a través de él. Se refiere a que si se transmite una señal  $y$  por éste medio, llegarán al receptor múltiples componentes (ecos) de  $y$ , que viajaron por trayectorias diferentes, cada uno con factores de atenuación, desplazamiento de fase, y tiempos de arribo diferentes, los cuales son producto de los mecanismos antes mencionados [19].

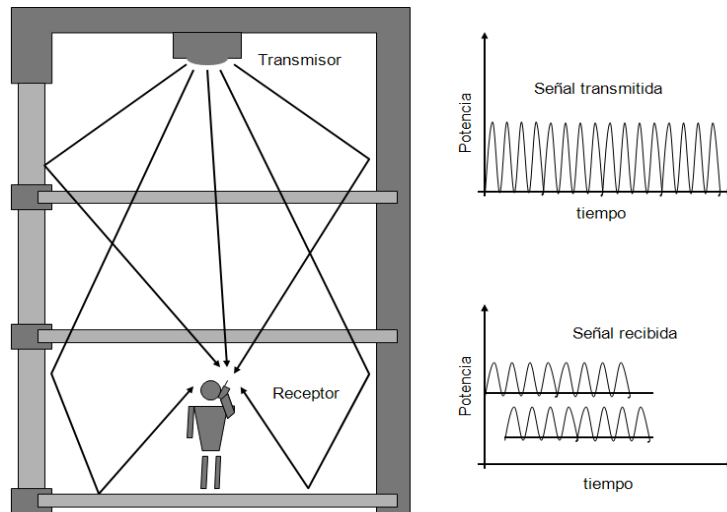


Figura 2.3: Modelo del efecto multitrayecto en un entorno de interior.

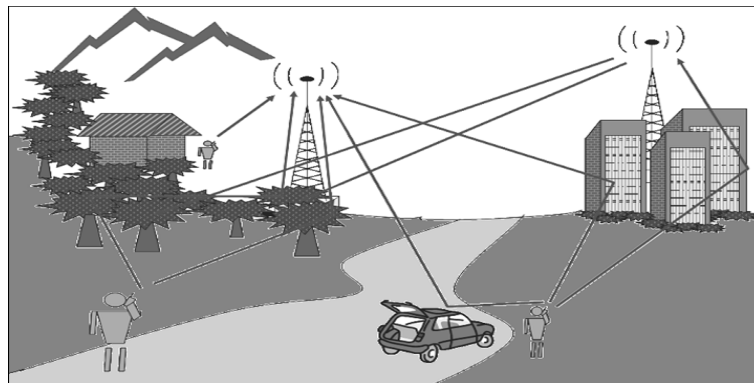


Figura 2.4: Modelo del efecto multitrayecto en un entorno exterior.

En general, los desvanecimientos multitrayecto se clasifican en dos grupos, los correspondientes al desvanecimiento a pequeña escala basados en el fenómeno de propagación retrasada, debido a multitrayecto, y al fenómeno de propagación Doppler, debido a la velocidad relativa y a su efecto en presencia de múltiples trayectorias [17]. Dentro de estos dos grupos se encuentran: el Desvanecimiento no selectivo en frecuencia o desvanecimiento plano, el desvanecimiento selectivo en frecuencia, el desvanecimiento rápido y el desvanecimiento lento [17]. De ellos, los dos primeros corresponden al grupo relacionado con el de propagación retrasada y los dos últimos al de propagación Doppler.

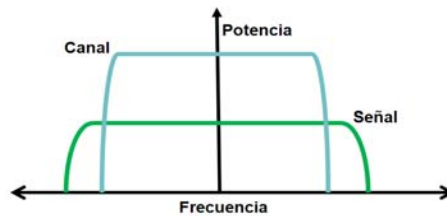


Figura 2.5: Ancho de banda de la señal vs. Ancho de banda del canal.

### 2.5.1. Desvanecimiento Selectivo en Frecuencia

En este caso y de acuerdo a la Figura 2.5, si  $B_s > B_c$ , donde  $B_s$  representa el ancho de banda de la señal y  $B_c$  representa el ancho de banda del canal, el canal se distorsiona, no conserva el espectro de la señal transmitida y se le denomina canal selectivo en frecuencia, es causado por la interferencia entre una o más señales de radio, o por componentes generadas por el multitrayecto.

### 2.5.2. Desvanecimiento Plano

En este caso y de acuerdo a la Figura 2.6, si  $B_s < B_c$ , el canal conserva el espectro de la señal transmitida ya que trata todas las frecuencias por igual y se le denomina Canal no selectivo en frecuencia. Este se presenta de manera tal que la pérdida de trayectoria dentro de una amplia banda de frecuencias, afecta por igual a todo el espectro de frecuencia de la señal transmitida [20].

## 2.6. Modelos de Canal con Desvanecimiento Rápido

Se han desarrollado diferentes modelos, a partir de ellos y de medidas empíricas se han obtenido diferentes aproximaciones estadísticas al comportamiento del desvanecimiento rápido en diferentes entornos [17]. En la Figura 2.7 se muestran los modelos que se aplican según se tenga línea de vista (LOS, por sus siglas en inglés, de Line of Sight) o sombra en el entorno de propagación:

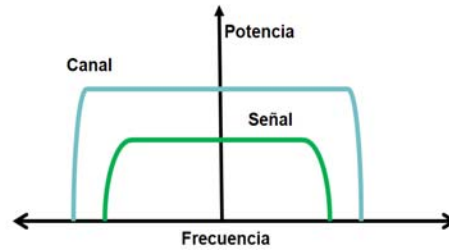


Figura 2.6: Ancho de banda de la señal vs. Ancho de banda del canal.

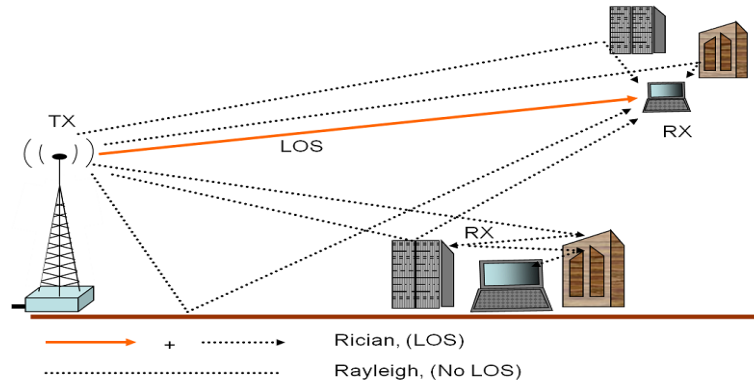


Figura 2.7: Algunos tipos de desvanecimiento.

### 2.6.1. Modelo Gaussiano

Es considerado un canal de transmisión ideal. Un canal Gaussiano, también conocido como canal AWGN (por sus siglas en inglés, de Additive White Gaussian Noise), añade ruido blanco Gaussiano a la señal que pasa a través de él. El ruido viene de muchas fuentes naturales, tales como las vibraciones térmicas de los átomos en los conductores (conocido como ruido térmico o ruido de Johnson-Nyquist). La probabilidad de un canal AWGN viene dada por la siguiente expresión:

$$p(z) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{z-\mu}{\sigma}\right)^2}, \quad (2.1)$$

Donde  $z$  representa al envolvente de señal,  $\mu$  la media y  $\sigma$  indica la desviación estándar.

Es un modelo de canal en el que el deterioro de la comunicación sólo involucra al ruido blanco con una distribución Gaussiana o Normal en la amplitud. El modelo no tiene en cuenta el desvanecimiento selectivo en frecuencia, la interferencia, la no linealidad o la dispersión. Sin embargo, produce modelos matemáticos simples y manejables que son útiles para obtener información sobre el comportamiento de un sistema.

El canal AWGN es un buen modelo para enlaces de comunicación satelital y comunicación espacial [21]. Pero no es un buen modelo para la mayoría de los enlaces terrestres, debido a la presencia de multitrayecto, interferencias, etc. Sin embargo, en el modelado de



enlaces terrestres, AWGN es comúnmente utilizado para simular el ruido de fondo del canal en estudio, además del efecto multitrayecto e interferencias.

### 2.6.2. Modelo Rayleigh

Una distribución Rayleigh se produce cuando la línea de vista entre el transmisor y receptor se ve interrumpida por obstáculos [22], como se puede apreciar en la Figura 2.8. En estas circunstancias la suma de las contribuciones multitrayecto permite la existencia del enlace. La mayoría de conexiones de redes inalámbricas (radio AM-FM, telefonía móvil, redes inalámbricas de computadora, etc.) se realizan mediante enlaces con distribución Rayleigh [23].

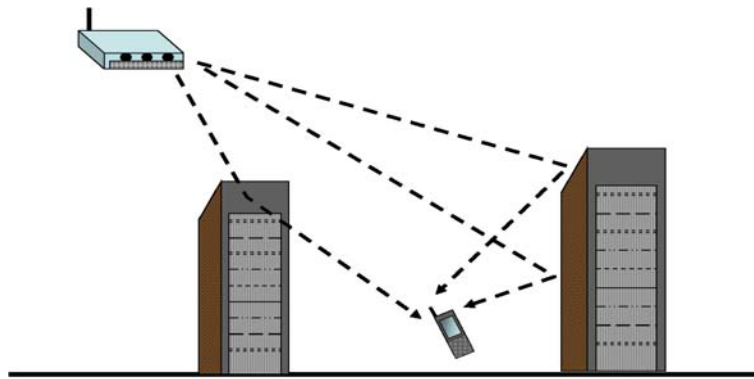


Figura 2.8: Ejemplo de un patrón de recepción para un canal Rayleigh.

La distribución Rayleigh viene dada por la siguiente expresión:

$$p(z) = \begin{cases} \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{z^2}{2\sigma^2}} & 0 \leq z \leq \infty \\ 0 & z < 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

donde  $z$  representa la envolvente de señal y  $\sigma^2$  la varianza.

### 2.6.3. Modelo de Rician

La telefonía móvil se presenta en comunicaciones al aire libre y en espacios abiertos donde en ocasiones la antena transmisora tiene una trayectoria en línea de vista con el receptor, de la misma manera ocurre en redes de computadora donde existe línea de vista con el llamado punto de acceso, lo anterior se puede apreciar en la Figura 2.9. Una distribución Rice se caracteriza por la existencia de una trayectoria en línea de vista, la cual tiene un nivel de potencia por encima de las señales multitrayecto recibidas. La distribución Rice viene dada por la siguiente expresión:

$$p(z) = \frac{z}{\sigma^2} e^{-\frac{(z^2+z_s^2)}{2\sigma^2}} I_0\left(\frac{z z_s}{\sigma^2}\right), \quad (2.3)$$

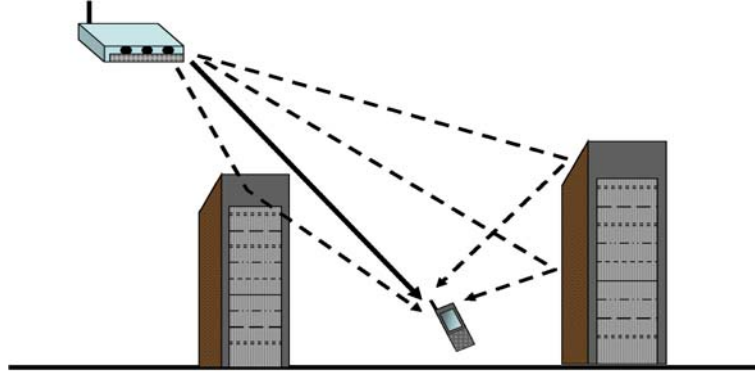


Figura 2.9: Ejemplo de un patrón de recepción para un canal Rician.

donde  $\sigma$  representa la desviación estándar,  $z_s$  es la amplitud del rayo directo,  $z$  es la amplitud de la envolvente de la señal recibida y  $I_0$  es la función de Bessel modificada de primera clase y de orden cero.

La distribución Rician usualmente está descrita en términos de un parámetro,  $K$ , el cual define la tasa entre la potencia de la señal determinística y la varianza del multitrayecto, esta relación está dada por:

$$K = \frac{\text{potencia LOS}}{\text{Potencia difractada}} = \frac{z_s}{2\sigma^2} \quad (2.4)$$

La ecuación anterior puede ser expresada en dB (decibeles) como se muestra a continuación

$$K = 20 \log \frac{z_s}{2\sigma^2} \quad (2.5)$$

En general,  $K$  es conocido como factor Rician y especifica completamente la distribución [24]. Es importante notar que cuando  $K = 0$ , la respuesta resultante se asemeja a un canal Rayleigh y cuando  $K \gg 1$  se comporta como un canal sin desvanecimiento multitrayecto.

## 2.7. Correlación

Se entiende por correlación a la dependencia que existe entre dos variables aleatorias de una distribución, sin importar cuál es la causa y cuál es el efecto [25]. Cuando no existe tal dependencia se dice que las variables están no-correlacionadas. En el siguiente capítulo se discutirán los efectos de un canal correlacionado en los sistemas MIMO.

## 2.8. Métodos de Evaluación

En este apartado, se realiza una descripción de los métodos implementados para la evaluación de los detectores analizados y presentados en este trabajo de tesis.

### 2.8.1. Métodos Montecarlo

Los métodos de Montecarlo abarcan una colección de técnicas que permiten obtener soluciones de problemas matemáticos o físicos por medio de pruebas aleatorias repetidas sistemáticamente. Estos métodos son más adecuados para el cálculo mediante sistemas de cómputo y se suelen utilizar cuando no es viable calcular un resultado exacto con un algoritmo [26][27]. Los métodos Montecarlo pueden variar, pero tienden a seguir un patrón particular:

1. Definir un dominio de las posibles entradas.
2. Generar entradas al azar de una distribución de probabilidad sobre el dominio.
3. Realizar un análisis computacional determinista con las entradas.
4. Promediar los resultados.

Cuando se planifica una red inalámbrica, el diseño debe ser probado para funcionar sobre una gran variedad de escenarios que dependen principalmente del número de usuarios, el modelo del canal de propagación y los servicios que se desean utilizar. Los Métodos de Montecarlo se utilizan normalmente para simular transmisiones de datos con diferentes variables, con la finalidad de evaluar el rendimiento del sistema.

### 2.8.2. Análisis de Complejidad

Muy seguido, en el área de ingeniería se utilizan sistemas de cómputo para la resolución de problemas, de esta manera, la resolución un problema se compone de dos etapas, la creación de un algoritmo y su programación. El algoritmo es una parte absolutamente esencial, mientras que el programa puede en ocasiones pasar a un nivel secundario [28]. Pueden existir muchos parámetros para evaluar o medir la complejidad de un algoritmo.

Para cada problema se determina una medida  $N_c$  y se realizan comparaciones en función de dicho  $N_c$ . El concepto exacto que mide  $N_c$  depende de la naturaleza del problema. Así, por ejemplo, para un vector su longitud, para una matriz el número de elementos que la componen, para un grafo puede ser el número de nodos o el número de arcos, tiempo de ejecución, etc. Es imposible dar una regla general, pues cada problema tiene su propia lógica de costos. En general, se puede considerar dos formas de evaluación:

- **Tiempo de ejecución:**

El tiempo de ejecución es el índice de evaluación más intuitivo. Es un parámetro absoluto pues permite medir la rapidez del algoritmo sin compararlo con otro. Consiste en el tiempo transcurrido desde que se inicia su ejecución hasta que finaliza. Puede ser medido en unidades de tiempo, o expresado como la cantidad de FLOPs, donde el FLOP es una medida que indica la velocidad que tarda el procesador en realizar una operación aritmética de punto flotante [9].

- **Número de nodos visitados:**

En problemas que se pueden expresar por medio de un grafo, es posible realizar una medición de la complejidad por medio del conteo de los nodos visitados.

Estudios comprueban que existen problemas muy difíciles, problemas que requieren de la utilización de potentes sistemas de cómputo para ser resueltos. A continuación se definen las clases de problemas, entre los cuales algunos se escapan a un tratamiento computacional.

- **Clase P:** Los algoritmos de complejidad polinómica se dice que son tratables en el sentido de que suelen ser abordables en la práctica. Los problemas para los que se conocen algoritmos con esta complejidad se dice que forman la clase P.
- **Clase NP:** Aquellos problemas para los que la mejor solución que se conoce es de complejidad superior a la polinómica, se dice que son problemas intratables. Algunos de estos problemas pueden caracterizarse por el curioso hecho de que puede aplicarse un algoritmo polinómico para comprobar si una posible solución es válida o no [9]. Esta característica lleva a un método de resolución no determinista consistente en aplicar métodos heurísticos para obtener soluciones que se van desestimando (o aceptando) a ritmo polinómico. Los problemas de esta clase se denominan NP (la N de no-deterministas y la P de polinómicos).
- **Clase NP-completos:** Podemos decir que algunos problemas se hayan en la “frontera externa” de la clase NP. Ellos son los problemas NP-completos, y son los peores problemas posibles de clase NP [9]. Realmente, tras años de búsqueda exhaustiva de dicha solución, es un hecho ampliamente aceptado que no debe existir una solución, aunque nadie ha demostrado, todavía, la imposibilidad de su existencia.

# Capítulo 3

## SISTEMAS DE MULTIPLES ENTRADAS Y MULTIPLES SALIDAS

En años recientes los sistemas MIMO han sido una tecnología clave para para el aumento de las prestaciones en los sistemas de comunicación inalámbricos. En el presente capítulo se describen de manera general las características de los sistemas MIMO, se mencionan los sistemas y tipos de diversidad que ayudan a incrementar el rendimiento, además se menciona la manera en que influye la correlación en dichos sistemas y finalmente se presentan, a manera de resumen, algunos estándares actuales donde se hace uso de los sistemas MIMO.

### 3.1. Introducción a los Sistemas MIMO

En un sistema de comunicación MIMO, expresado en la ecuación (3.1), formado por  $M$  antenas receptoras y  $N$  antenas transmisoras, denotado como un sistema  $M \times N$ , se generan  $MN$  subcanales entre el arreglo transmisor y el arreglo receptor. La respuesta al impulso de un canal MIMO no selectivo en frecuencia se expresa en forma matricial como:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (3.1)$$

$$\mathbf{H}(t) = \begin{bmatrix} h_{11}(t) & h_{12}(t) & \dots & h_{1N}(t) \\ h_{21}(t) & h_{22}(t) & \dots & h_{2N}(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ h_{M1}(t) & h_{M2}(t) & \dots & h_{MN}(t) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Cada uno de los elementos  $h_{ij}(t)$  representa la respuesta al impulso del canal generado entre la antena transmisora  $j$ , con  $j = 1, \dots, N$  y la antena receptora  $i$ , con  $i = 1, \dots, M$ . Para simplificar los desarrollos y asumiendo canales invariantes en el tiempo, se elimina de la notación la dependencia temporal de los subcanales. El canal MIMO descrito por la ecuación (3.2) se representa en la Figura 3.1, en la cual pueden verse las  $N$  antenas transmisoras y las  $M$  antenas receptoras y como se generan  $MN$  subcanales.

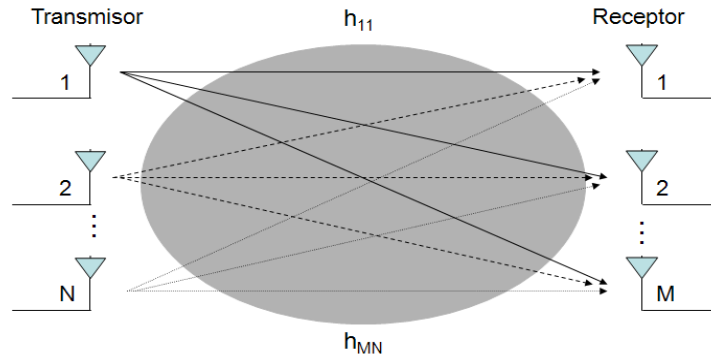


Figura 3.1: Esquema de canal MIMO  $M \times N$ .

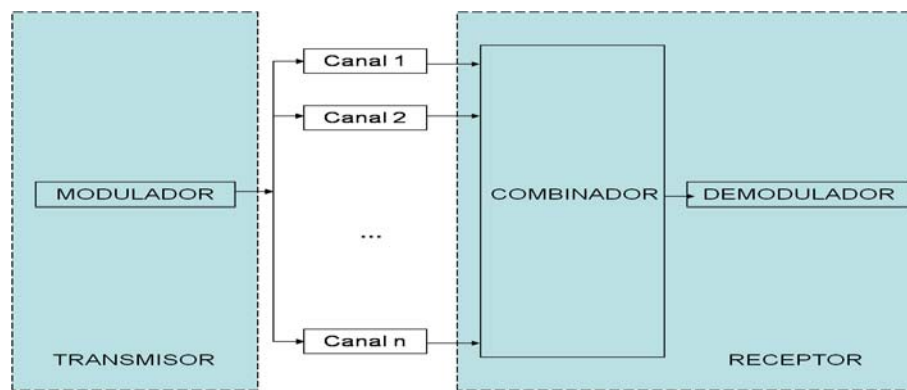


Figura 3.2: Esquema general de diversidad.

## 3.2. Sistemas de Diversidad

El canal radio presenta un comportamiento dinámico producto principalmente por los efectos del multitrayecto, los cuales pueden afectar significativamente el rendimiento del sistema. Las técnicas de diversidad permiten en ocasiones evitar este deterioro a un costo relativamente bajo, pudiendo implementarse de diferentes formas, tanto en la transmisión como en la recepción.

Las técnicas de diversidad explotan la naturaleza aleatoria del canal de radio, disponiendo de más de una versión de la señal originalmente transmitida al experimentar cada una de las versiones un canal diferente. En la Figura 3.2 se muestra un diagrama de bloques de un esquema general de diversidad, en el cual la señal se descompone en réplicas de la señal original y es transmitida por distintos canales. Si los canales varían independientemente, la probabilidad de que ocurra un desvanecimiento profundo simultáneamente en todos ellos es baja. En situaciones reales es de esperar que los canales no sean totalmente independientes, sin embargo, un índice de correlación bajo sería suficiente para obtener una disminución de la relación señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés, de Signal to Noise Ratio) media

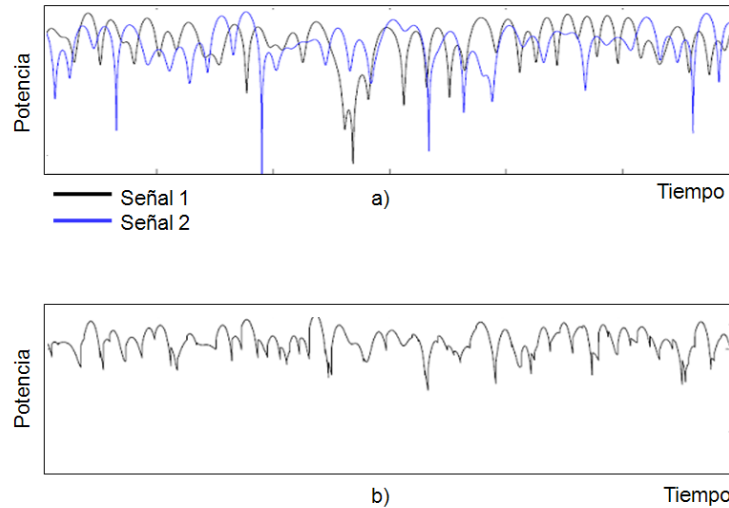


Figura 3.3: Canal equivalente en un sistema de diversidad de dos ramas.

necesaria para alcanzar una determinada probabilidad de no disponibilidad. A esta disminución de SNR media se llama ganancia de diversidad [29]. Las diferentes réplicas recibidas de la señal transmitida son combinadas en la recepción y enviadas a un circuito de demodulación y detección. La clasificación de las técnicas de diversidad que presentaremos más adelante depende del extremo del sistema en el que se implemente (transmisor o receptor), del tipo de procesamiento que se realice sobre las diferentes réplicas de la señal o del tipo de fenómeno físico que se explote para obtener réplicas parcial o totalmente no correlacionadas [29].

En la Figura 3.3 a) se muestra una realización de dos canales no correlacionados en el dominio del tiempo discreto, mientras que en la Figura 3.3 b) se puede observar el canal equivalente que vería el receptor en caso de usar diversidad por selección, en la cual se toma el mejor de, en este caso, dos canales, discriminando como mejor el canal con mayor envolvente. Se puede apreciar que a partir de dos canales no correlacionados con desvanecimientos profundos, se obtiene un canal equivalente con profundidades de desvanecimiento mucho menores. En general, si la probabilidad de experimentar un desvanecimiento profundo en un canal es igual a  $p$ , la probabilidad de pérdida de la comunicación debido al desvanecimiento en sistemas de diversidad por selección con  $N$  canales independientes es igual a la probabilidad de experimentar un desvanecimiento simultáneamente en todos los canales, es decir,  $p^N$  [29].

### 3.3. Tipos de Diversidad

La clasificación de los sistemas de diversidad depende del tipo de parámetro de interés. De esta forma:

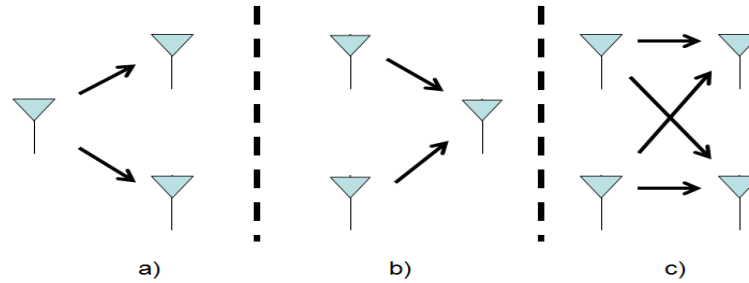


Figura 3.4: Esquema de un sistema con diversidad de espacio, a) Sistema SIMO, b) Sistema MISO, c) Sistema MIMO.

1. De acuerdo al fenómeno físico usado para lograr diferenciar las réplicas de la señal: diversidad de espacio o de antena, diversidad de frecuencia, diversidad de tiempo y diversidad de polarización.
2. De acuerdo a la forma en que se utilizan las diferentes réplicas: diversidad por selección, diversidad por realimentación, diversidad por combinación de razón máxima (MRC, por sus siglas en inglés, de Maximal Ratio Combining) y diversidad por ganancia constante (EGC, por sus siglas en inglés, de Equal Gain Combining) [30].

### 3.3.1. Diversidad de Espacio

La diversidad de espacio, también conocida como diversidad de antena, es una de las formas de diversidad más comunes en los sistemas de comunicaciones inalámbricas. Para enlaces fijos la diversidad de espacio se implementa generalmente en las estaciones receptoras, donde se utilizan varias antenas para obtener recepción con diversidad. En los enlaces móviles se utiliza generalmente diversidad de espacio en la estación base con antenas separadas al menos la mitad de una longitud de onda, aunque también se puede usar diversidad en las unidades móviles o en ambos extremos [31]. La Figura 3.4 muestra un ejemplo de un esquema de diversidad de antena, donde a) se corresponde a un sistema SIMO (Single Input Multiple Output), b) representa un sistema MISO (Multiple Input Single Output), c) un sistema MIMO.

### 3.3.2. Diversidad de Frecuencia

Cuando se usa diversidad de frecuencia, la información se transmite en más de una portadora, de tal forma que señales con una separación de frecuencia mayor que determinado valor no experimenten el mismo desvanecimiento, siendo la separación en frecuencia necesaria para que los canales estén parcial o totalmente no correlacionados [18]. Este valor puede corresponder a una fracción importante del ancho de banda total utilizado, y por



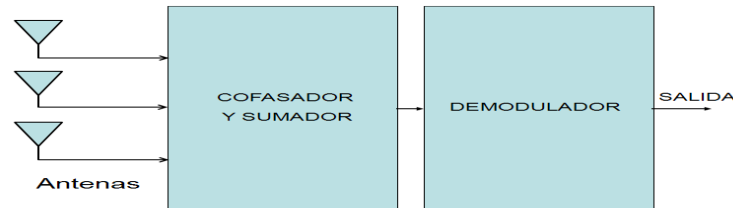


Figura 3.5: Esquema de un sistema con diversidad por selección en el receptor.

lo tanto, esta técnica tiene la desventaja de necesitar generalmente un ancho de banda significativamente mayor, con un número igual de receptores que de canales de diversidad [18]. Sin embargo, la diversidad en frecuencia se emplea usualmente en enlaces por línea de vista que usan multiplexación por división de frecuencia (FDM, por sus siglas en inglés, de Frequency Division Multiplexing). En sistemas de diversidad en transmisión es posible utilizar la diversidad de frecuencia a través de códigos espacio-frecuencia, con la misma metodología empleada por los códigos espacio-tiempo que serán descritos más adelante [31].

### 3.3.3. Diversidad de Tiempo

En los sistemas por diversidad de tiempo se transmite información repetidamente a espacios de tiempo, de tal forma que la repetición de la señal se haga en condiciones independientes de desvanecimiento. La retransmisión de las señales reduce la velocidad de transmisión efectiva y, debido a que la separación temporal entre transmisiones de las réplicas debe ser mayor que la duración media de los desvanecimientos, se produce también una considerable latencia [31]. Por estas razones la diversidad de tiempo no se usa frecuentemente. El principio de la diversidad de tiempo es utilizado por los receptores RAKE para obtener provecho de las réplicas de la señal producto de las trayectorias múltiples, aunque en este caso no exista retransmisión y probablemente los diferentes multitrayectos experimenten similar desvanecimiento [31].

### 3.3.4. Diversidad por Selección

Cuando se aplica en el receptor, su diagrama de bloques se observa en la Figura 3.5, donde se pueden utilizar  $M$  demoduladores y  $M$  cadenas de RF para proveer  $M$  ramas de diversidad, seleccionándose la rama con mayor SNR, o se pueden utilizar  $M$  antenas y solo un demodulador y cadena de RF, seleccionando la rama con la mayor relación portadora a ruido (CNR, por sus siglas en inglés, de Carrier to Noise Ratio) [32]. En caso de su aplicación en transmisión, el receptor debe observar periódicamente todos los canales e informar al transmisor sobre el canal con mayor envolvente. En caso que todas las ramas tengan la misma SNR media, la amplitud de la señal de salida del combinador simplemente

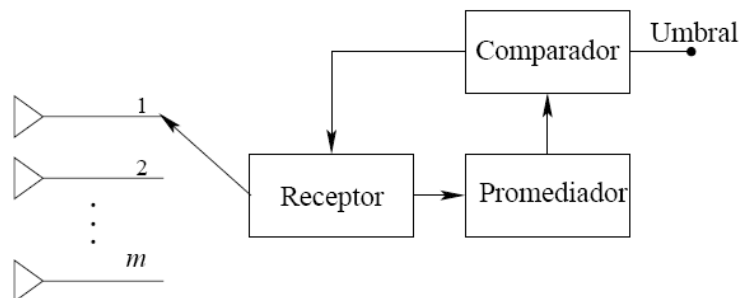


Figura 3.6: Diagrama de bloques de la diversidad por conmutación.

es la magnitud de la señal más fuerte [32].

$$|\alpha| = \text{máx}(|\alpha_1|, |\alpha_2|, \dots, |\alpha_M|) \quad (3.3)$$

Donde  $\alpha_M$  representa la relación señal a ruido media en el receptor  $M$ , y la SNR instantánea es:

$$\gamma = \text{máx}(|\gamma_1|, |\gamma_2|, \dots, |\gamma_M|) \quad (3.4)$$

Donde  $\gamma_M$  es la relación señal a ruido instantánea en el receptor  $M$ .

### 3.3.5. Diversidad por Conmutación

Este método es muy similar a la diversidad por selección, excepto que en lugar de usar la mejor de  $M$  señales, los canales son observados en una secuencia determinada hasta encontrar uno con envolvente por encima de un nivel umbral predeterminado. Este canal se mantiene hasta que cae por debajo del umbral y el proceso de búsqueda se reinicia. Las estadísticas de desvanecimiento son un poco inferiores a las obtenidas por el método anterior, pero su implementación es más sencilla, requiriendo de sólo un receptor. En la Figura 3.6 se muestra un diagrama de bloques de este método.

## 3.4. Capacidad de los Sistemas MIMO

La gran ventaja de los sistemas MIMO frente a los SISO es mejorar significativamente la capacidad del canal sin necesidad de aumentar ni la potencia transmitida ni el ancho de banda utilizado. Los estudios realizados en el campo de la teoría de la información abren la puerta a esta área de investigación que actualmente se encuentra en pleno desarrollo.

En la década de los 90's, Telatar propuso expresiones de capacidad para los sistemas MIMO (3.6) equivalentes a las expresiones de capacidad propuestas años atrás por Shannon para canales SISO (3.5) [33].

$$C = B \log_2 \left( 1 + \frac{\bar{S}}{\bar{N}} \right) \text{ bits/seg}, \quad (3.5)$$

donde  $C$  representa la capacidad del canal en bits/seg,  $B$  es el ancho de banda del canal en Hertz,  $\bar{S}$  es la potencia de la señal y  $\bar{N}$  es la potencia del ruido del sistema. Esta expresión promete alta eficiencia espectral que aumenta linealmente con el número de antenas [4].

$$C = B \log_2 \left[ \det \left( \mathbf{I}_M + \frac{\rho}{N} \mathbf{H} \mathbf{H}^H \right) \right] \text{ bits/seg}, \quad (3.6)$$

donde  $N$  es el número de transmisores,  $M$  es el número de receptores,  $\mathbf{I}$  es una matriz identidad de  $M \times M$ ,  $\rho$  representa la relación señal a ruido (SNR, por sus siglas en inglés, de Signal to Noise Ratio),  $\mathbf{H}$  es la matriz del canal y  $(\cdot)^H$  denota el producto Hermitiano (traspuesta conjugada).

Sin embargo estas expresiones muestran un límite superior de la capacidad sujeto a condiciones ideales de funcionamiento, principalmente la ortogonalidad entre los diferentes subcanales del sistema MIMO. Numerosos estudios analizan la capacidad del canal cuando estas condiciones de funcionamiento no son ideales, mostrando como el rendimiento del canal sufre una importante degradación con respecto del comportamiento ideal. Así [34] muestra como la correlación espacial produce una disminución de la capacidad y [35] presenta el efecto “keyhole”, un fenómeno que reduce la capacidad del canal incluso en ausencia de correlación.

## 3.5. Factores que Limitan la Capacidad

Existen varios factores que reducen la capacidad del canal respecto al caso ideal o de Rayleigh presentado en [4]. Entre estos factores se puede destacar la pobreza en la diversidad de transmisión en el entorno, la presencia de línea de vista, las características de las antenas, etc. La influencia de estos factores deriva en un aumento de la correlación espacial entre los subcanales del sistema MIMO, disminuyendo el rango de la matriz que conjunta las respuestas al impulso de los subcanales (filas o columnas linealmente dependientes) y en consecuencia el canal presenta una reducción de la capacidad. En ocasiones aunque exista una gran diversidad en la transmisión de la señal y se presente una baja correlación espacial, se producen fenómenos que reducen el rango de la matriz de canal. Estos fenómenos son denominados “keyholes” [36].

### 3.5.1. Correlación en MIMO

En el mundo real, existen innumerables factores que impiden la presencia de un canal Rayleigh ideal<sup>1</sup>, uno de estos factores es la correlación y afecta directamente el rendimiento

<sup>1</sup>Con subcanales MIMO no correlacionados

de los sistemas MIMO. En la literatura, un modelo usado extensamente para la matriz de correlación  $\mathbf{R}_H$  de  $\mathbf{H}$  está dada por

$$\mathbf{R}_H = \mathbf{R}_R \otimes \mathbf{R}_T, \quad (3.7)$$

donde  $\otimes$  representa el producto de Kronecker.  $\mathbf{R}_T$  es la matriz de correlación de transmisión correspondiente al caso donde cada antena receptora es igual,

$$\mathbf{R}_T = E\{h_i h_i^H\} \quad \forall_i, \quad h_i = [h_{i,1}, \dots, h_{i,N}]^T, \quad (3.8)$$

y para el caso cuando cada antena transmisora es igual, la matriz de correlación de recepción está dada por

$$\mathbf{R}_R = E\{h_j h_j^H\} \quad \forall_j, \quad h_j = [h_{1,j}, \dots, h_{M,j}]^T. \quad (3.9)$$

donde  $i$  y  $j$  son índices filas y columnas de la matriz  $\mathbf{H}$ ,  $(\cdot)^T$  indica la operación traspuesta y  $(\cdot)^H$  representa el producto Hermitiano (traspuesta conjugada).

El grado de libertad determina el coeficiente de correlación  $\vartheta$  con 1 como máxima correlación y 0 como no correlación. Por ejemplo, si nosotros asumimos un canal ortogonal donde  $M = N = 2$  y además asumimos que existe correlación solo en el receptor, entonces nosotros elegiremos una matriz de correlación como:

$$\mathbf{R}_R = \begin{bmatrix} 1 & \vartheta \\ \vartheta & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

donde es previamente mencionado,  $0 \leq \vartheta \leq 1$  [24][37].

### 3.5.2. Influencia de Diversos Parámetros en la Correlación

La correlación espacial está influenciada por diversos factores. Por una parte, por las características físicas de los arreglos transmisor y receptor [38], como por ejemplo:

1. Topología de los arreglos transmisor y receptor.
2. Separación entre los elementos de los arreglos.
3. Ángulo con el que se transmite y recibe el haz de onda.
4. Orientación relativa entre los arreglos.

Por otra parte, la correlación también está también determinada por las características del entorno de propagación, el cual condiciona la diversidad en la transmisión de las señales [39][34].

## 3.6. Situación Actual de los Sistemas MIMO

Desde las primeras publicaciones aparecidas a mediados de los 90's [2], [3], [4], la actividad de investigación en el campo de los sistemas MIMO ha crecido significativamente. El potencial de los sistemas MIMO es muy importante y supone un gran avance en el campo de las radiocomunicaciones. Tal es su importancia que los sistemas MIMO están presentes en múltiples estándares actuales y en desarrollo [5][6][7]. La combinación MIMO-OFDM representa una mejora significativa del canal MIMO, aprovecha la selectividad del canal para introducir ganancia por diversidad en frecuencia en canales de banda ancha y mejorar así las prestaciones del sistema. OFDM es una técnica simple de aplicar y ampliamente utilizada gracias a que ofrece gran robustez frente a la propagación multitrayecto.

A continuación se presentan varios de los estándares actuales y en desarrollo que incorporan a los sistemas MIMO como opcionales o como base del estándar.

### 3.6.1. MIMO en el Estándar IEEE 802.16

WiMAX, Worldwide Interoperability for Microwave Access, es una tecnología inalámbrica que define la interfaz inalámbrica de sistemas fijos de acceso inalámbrico de banda ancha que permite velocidades de transmisión de datos con una eficiencia espectral máxima de 15 bps/Hz. WiMAX está basado en el estándar IEEE 802.16 y su última versión es la IEEE 802.16m [40].

Los perfiles de WiMAX móvil contemplan el uso múltiples antenas para aumentar la eficiencia espectral o la calidad del enlace. El arreglo de múltiples antenas puede utilizarse como antenas adaptativas, técnica también denominada como conformación de haces, codificación Espacio-Tiempo (STC, por sus siglas en inglés, de Space Time Coding) de Alamouti o multiplexado espacial [41]. El estándar IEEE 802.16 asocia el término MIMO únicamente al multiplexado espacial [41]. Los perfiles de WiMAX móvil permiten conmutar entre las diferentes técnicas para aprovechar al máximo el potencial aportado por cada esquema. Así en condiciones favorables de funcionamiento se busca maximizar la tasa de transmisión de datos utilizando multiplexión espacial, mientras que si la calidad del canal baja se opta por usar técnicas de diversidad como STC para garantizar la calidad y el alcance. Para el enlace descendente, los perfiles definen que la codificación STC debe tener 2 antenas transmisoras, una o más antenas receptoras y usar codificación de Alamouti [41]. Para antenas adaptativas se usa 2 o más antenas transmisoras, y una o más antenas receptoras; mientras que para los sistemas MIMO utiliza multiplexado espacial con dos antenas transmisoras y dos o más antenas receptoras [41].

### 3.6.2. MIMO en el Estándar IEEE 802.11n

Una de los estándares cuyo uso está más extendido es el IEEE 802.11 en sus diferentes versiones que define la interface de radio para redes inalámbricas de área local. Su principal ventaja es utilizar bandas de frecuencia que no necesitan licencia, lo que ha facilitado su penetración en el mercado. Sin embargo, los reducidos anchos de banda junto con la necesidad de aplicar técnicas para combatir las interferencias de otras tecnologías con las que comparte la banda, solo consigue obtener velocidades brutas de transmisión limitadas [5]. Para incrementar la velocidad de transmisión es necesario aumentar el ancho de banda o bien aumentar la eficiencia espectral. La nueva revisión del estándar de redes locales inalámbricas IEEE 802.11 desarrollada por el grupo de trabajo TGn propuso el uso de múltiples antenas con multiplexión espacial combinados con la posibilidad de uso de canales de doble ancho (40 MHz) [5]. Las primeras versiones contemplan el uso de dos antenas transmisoras que permitirán velocidades máximas de 300 Mbps con una eficiencia espectral de 7,5 bps/Hz [42].

### 3.6.3. MIMO en el Estándar IEEE 802.20

En Diciembre de 2002 se comienza el desarrollo del estándar IEEE 802.20, especificación de una interface de radio para transmisión eficiente de paquetes optimizada para servicios IP [43]. El objetivo es el desarrollo de redes de acceso inalámbrico de banda ancha móviles (MBWA, por sus siglas en inglés, de Mobile Broadband Wireless Access). Este estándar nace con el objetivo de complementar al estándar IEEE 802.16a que inicialmente estaba destinado a enlaces fijos (FBWA, por sus siglas en inglés, de Fixed Broadband Wireless Access). La evolución del estándar 802.16 hacia enlaces móviles implica que ambos estándares estarán orientados a cubrir el mismo tipo de comunicaciones móviles. IEEE 802.20 está destinado a operar en bandas bajo licencia y a velocidades de transmisión de 1 Mbps con la estación móvil en movimiento a velocidades de hasta 250 Km/h [44]. Usa anchos de canal escalables entre 5 – 20 MHz e incorpora el uso de múltiples antenas tanto para realizar conformación de haces como para conformar canales MIMO [43].

### 3.6.4. MIMO en el 3GPP

El 3rd Generation Partnership Project (3GPP) es un acuerdo de colaboración establecido en diciembre de 1998 con el objetivo de crear la especificación de un sistema de telefonía móvil global [45]. Una de sus características más importante introducidas ha sido HSDPA (High Speed downlink packet access). HSDPA representa un avance en WCDMA para obtener mayores velocidades de transmisión de datos. Permitirá actualizar la arquitectura existente para lanzar servicios de alta velocidad con un mínimo de inversión. El 3GPP identifica 3 fases en la evolución de HSDPA. En primer lugar, "HSDPA básica", definido en la release 5 que permite tasas de datos típicas de 10.8 Mbit/s (máxima de 14,4 Mbit/s). La

segunda fase incorpora antenas inteligentes y HSUPA (High-Speed Uplink Packet Access) y la tercera fase ya contempla la combinación de OFDM y MIMO. Esta fase, desarrollada en el grupo de estudio RAN LTE, permite tasas de transmisión de datos de 300 Mbps en el enlace descendente mediante el uso de múltiples antena con multiplexación espacial [7].





# Capítulo 4

## DETECCIÓN EN LOS SISTEMAS MIMO

En el capítulo anterior se proporcionó una descripción sobre los sistemas de comunicación con arquitectura MIMO. En esta sección se enuncian las condiciones que cumplen los parámetros involucrados en el modelo del proceso de transmisión/recepción, y se describen los principales métodos de detección para los sistemas MIMO, donde destacan por sus características (velocidad y desempeño), el detector Zero Forcing y el detector de esfera

### 4.1. Introducción

Para un sistema de comunicación MIMO relación transmisión/recepción del sistema viene dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{s} + \mathbf{n} \quad (4.1)$$

donde la señal transmitida  $\mathbf{s}$ , es una señal compleja ( $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T \in \mathbb{C}^N$ ) que pertenece a un conjunto o constelación de vectores de  $N$  elementos ( $A^N$ ). La matriz de canal  $\mathbf{H}$  es una matriz de valores complejos ( $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ ) con  $M$  filas y  $N$  columnas, donde  $N$  es el número de antenas en el transmisor y  $M$  el número de antenas en el receptor, en este documento suponemos que se tiene el mismo número de transmisores que de receptores ( $M=N$ ), con el fin de asegurar que existan tantas ecuaciones como incógnitas. El ruido interferente es un vector  $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^M$  aleatorio que sigue una distribución Gaussiana con media cero y varianza  $\sigma^2$ .

La estimación de la señal transmitida (es decir, la obtención del vector  $\hat{\mathbf{s}}$ ) a partir de la señal recibida  $\mathbf{y}$  y la matriz de canal  $\mathbf{H}$ , consiste en resolver el problema del vector más cercano (CVP, por las siglas en inglés, de Closest Vector Problem), el cual es presentado en la siguiente sección.

## 4.2. Solución del Problema CVP

Una primera solución para el problema CVP se mencionada en [46], consiste en resolver el problema.

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2 \quad (4.2)$$

donde  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$  con elementos  $y_k \in \mathbb{C}$  representa al vector recibido y  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  con elementos  $x_k \in \mathbb{C}$  representa el posible vector solución.

De modo particular en el problema de la decodificación de señales en sistemas MIMO, que es el problema definido en (4.2), a lo largo de los últimos años, ha generado un gran interés por parte de investigadores académicos e industriales quienes han desarrollado diversos métodos de solución para este problema. Estos métodos se pueden clasificar en tres tipos [47]:

1. **Basados en la inversión de la matriz de canal del sistema MIMO:** En este caso se encuentran detectores lineales como ZF, o el de MMSE, con los cuales los resultados son generalmente pobres, o una detección con cancelación sucesiva de interferencias (SIC, por sus siglas en inglés, de Successive Interference Cancellation) [48]. La característica principal de estos métodos es la inversión de la matriz de canal del sistema MIMO. Estos métodos son conocidos también como heurísticos o aproximados, pues no siempre logran encontrar la solución óptima del problema, pero la complejidad es  $O(N^3)$  (de orden cúbica).
2. **Basados en la búsqueda sobre una estructura de árbol:** En este caso existen los métodos pertenecientes a la familia de detectores SD. Todos ellos comparten una misma idea básica, que es la de realizar la búsqueda de la solución en el interior de una esfera con centro en un punto dado, y su funcionamiento lo basan en el recorrido de un árbol de posibles soluciones. Sus diferencias radican en esencia en la forma en que recorren el árbol de posibles soluciones y en el orden en que son detectadas las componentes del vector solución  $\hat{\mathbf{s}}$ . Entre estos métodos se encuentra el propuesto por Fincke y Pohst [11] y el propuesto por Schnorr y Euchner [49] que realizan un recorrido en profundidad del árbol de soluciones buscando la mejor de todas. Todos estos algoritmos encuentran siempre la solución ML. Los métodos SD han recibido gran atención al poder resolver el problema de la detección ML en sistemas MIMO con una complejidad polinómica en cierto margen de SNR [12][50]; en el peor de los casos (canales mal condicionados o SNR baja) el detector SD puede tener una complejidad cercana a los métodos de búsqueda exhaustiva para encontrar la solución ML.
3. **Soluciones iterativas:** Aprovechan que la mayor parte de los sistemas de comunicaciones hacen uso de códigos para la corrección de errores. Así, en estas soluciones

existe un intercambio de información entre el detector y el decodificador, que permite refinar los resultados de cada uno de ellos en varias iteraciones, de manera que al terminar se obtienen mejores prestaciones que si cada una de estas etapas trabaja por separado. Entre los detectores hay soluciones heurísticas [51], DFE (Decision Feedback Equalizer ) y métodos SD modificados [52].

En las secciones siguientes se brindaran más detalles de los métodos de solución para el problema CVP aplicado a la detección de señales.

### 4.3. Métodos Aproximados

Debido a la alta complejidad que presenta el problema CVP, en el campo de las comunicaciones inalámbricas han surgido técnicas heurísticas o de aproximación, con el objetivo de resolver el problema en un tiempo computacionalmente razonable. Dentro de estos, los más comunes en la detección de señales en los sistemas con arquitectura MIMO son el ZF y el MMSE, que puede aplicarse realizando una detección lineal o una detección SIC. A continuación se verá más detalladamente cada uno de los métodos.

#### 4.3.1. Zero-Forcing

El funcionamiento de este algoritmo de detección consiste en el cálculo de la pseudoinversa de la matriz de canal  $\mathbf{H}$ . Una vez calculada la pseudoinversa, la estimación de los símbolos transmitidos se obtendrá mediante:

$$\hat{\mathbf{s}} = [\mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}]_{A^N} \quad (4.3)$$

donde  $\mathbf{H}^\dagger$  denota la pseudoinversa de  $\mathbf{H}$ ,  $\mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H$ , y  $[\cdot]_{A^N}$  denota la operación de aproximar cada elemento del vector obtenido al elemento más cercano en el conjunto de vectores  $A^N$ . El punto  $\hat{\mathbf{s}}$  obtenido por el método ZF es también conocido como el punto de Babai [53].

La complejidad del método ZF está esencialmente determinada por la complejidad del cálculo de la pseudoinversa de la matriz  $\mathbf{H}$ . Una variante para evitar el cálculo de la pseudoinversa es emplear la factorización  $\mathbf{QR}$ ,  $\mathbf{H} = \mathbf{QR}$ , donde  $\mathbf{Q}$  es una matriz ortogonal  $M \times N$  ( $\mathbf{Q}^H = \mathbf{Q}^{-1}$ ) y  $\mathbf{R}$  es una matriz triangular superior  $N \times N$  [54].

La complejidad del método ZF es de orden cúbico en relación al tamaño de la matriz  $\mathbf{H}$ . Para matrices  $\mathbf{H}$  mal condicionadas el detector ZF solamente funciona bien en la región donde la relación SNR es alta, es decir, cuando en la transmisión apenas hubo ruido interferente, y por tanto la señal transmitida  $\mathbf{y}$  apenas fue perturbada. Con una SNR baja, el ZF produce resultados pobres.

### 4.3.2. Zero-Forcing SIC

Para aumentar las prestaciones del receptor ZF tradicional se pueden utilizar técnicas no lineales consistentes en la cancelación sucesiva de símbolos interferentes [55]. Se considerará la señal proveniente de cada antena transmisora como la deseada y el resto como interferencias. Los símbolos detectados de cada antena transmisora se van eliminando del vector de señal recibida, así la siguiente señal a ser detectada verá una señal de interferencia menos.

Este método toma del punto de Babai calculado solo el valor de una de sus componentes, digamos  $\hat{s}_i$ , donde  $i$  representa un índice e indica la posición del elemento en el vector  $\hat{\mathbf{s}}$ . De modo que se supone correctamente estimado el valor de  $\hat{s}_i$  y se cancela su efecto para obtener un problema de mínimos cuadrados con  $i - 1$  incógnitas. El proceso se repite para calcular  $\hat{s}_{i-1}$  y así sucesivamente. En la literatura también es conocida esta técnica como Nulling-and-Cancelling, y en el ámbito de las comunicaciones se conoce también como decision-feedback equalization [48].

### 4.3.3. Minimum Mean Square Error

El detector ZF solo cancela las interferencias pero no el efecto del ruido, y por eso lo aumenta notablemente. Para evitar estos problemas una alternativa es usar el criterio MMSE, que minimiza el error cuadrático medio de la señal. La idea de los esquemas de detección MMSE es incluir en el proceso de detección la información del ruido interferente en la transmisión. En estos esquemas se propone extender la matriz de canal  $\mathbf{H}$  a una matriz  $\mathbf{H}_\alpha$  de  $N + M$  filas y  $N$  columnas mediante

$$\mathbf{H}_\alpha = \begin{pmatrix} \mathbf{H} \\ \sqrt{\alpha}\mathbf{I} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

La estimación MMSE proporciona entonces la siguiente solución:

$$\hat{\mathbf{s}} = [\mathbf{H}_\alpha^\dagger \mathbf{y}]_{A^N} \quad (4.5)$$

donde,  $\alpha = 1/\rho$  siendo  $\rho$  el valor del SNR de la transmisión. La complejidad computacional del método MMSE está condicionada fundamentalmente por el cálculo de la pseudoinversa en cada iteración. Cuando  $M = N$ , se necesita calcular la pseudoinversa de una serie de matrices con dimensiones  $M, M - 1, \dots, 1$ . La complejidad computacional del cálculo de la pseudoinversa de esta serie de matrices tiene un orden  $O(N^4)$  [9], un grado mayor que el orden de la complejidad del método ZF.

Desde el punto de vista de la detección, sin dudas el criterio MMSE es mejor que el criterio ZF. Una comparación respecto a la tasa de error en la detección (BER, por sus siglas en inglés, de Bit Error Rate) se puede encontrar en [56].

## 4.4. Métodos Máxima Verosimilitud

Existen técnicas más precisas que los métodos descritos anteriormente, aunque más costosas. Como se puede ver en [47], respecto a la tasa de error en la detección, la solución de máxima verosimilitud (ML) claramente supera la solución que ofrecen los métodos heurísticos. Esta sección está dedicada al estudio de estas técnicas, que en sentido general se agrupan en una denominación llamada decodificador de esfera o SD. Se verá en esta sección que cada una de estas técnicas sigue un esquema de Ramificación y Poda en cualquiera de sus variantes. Es por ello que primeramente se hace una breve introducción a este esquema de solución de problemas.

### 4.4.1. Esquemas de Ramificación y Poda

El método de diseño de algoritmos Ramificación y Poda (cuyo nombre proviene del termino Branch and Bound [57]) es ampliamente usado para resolver problemas de optimización en espacios discretos. En estos métodos la búsqueda se realiza sobre un árbol que se va construyendo a medida que se van generando alternativas de posibles soluciones a partir de otras intermedias. Cada nodo del árbol representa precisamente una solución parcial o final del problema. Se necesita, por lo tanto, una estructura lineal para almacenar los nodos generados y para poder determinar en cada momento cual analizar.

El esquema general de Ramificación y Poda consiste en tres etapas. La primera de ellas, denominada Selección, se encarga de extraer un nodo de la estructura. En la segunda etapa, llamada Ramificación, se construyen los posibles nodos hijos del nodo seleccionado en el paso anterior. Por último se realiza la tercera etapa, la Poda, que es descartar aquellos nodos generados en la etapa anterior que no cumplan cierta condición, adicionando el resto de los nodos aceptables a la estructura. Estas tres etapas se repiten hasta que se encuentre la(s) solución(es) deseada(s), o bien hasta que no queden más nodos que ramificar en la estructura. Al inicio del algoritmo, la estructura debe ser inicializada con al menos un nodo.

Lo que le da valor a esta técnica es la posibilidad de disponer de distintas estrategias de exploración del árbol y de acotar la búsqueda de la solución, que en definitiva se traduce en eficiencia. Estas técnicas tienen como desventaja que son costosas en cuanto a memoria, pues cada nodo debe ser autónomo, en el sentido de que ha de contener toda la información para el proceso de ramificación y poda, lo que imposibilita que se disponga de una estructura global para construir la solución.

Un primer esquema de Ramificación y Poda es el que recorre el árbol de soluciones hasta encontrar una primera solución [9]. El funcionamiento del esquema es sencillo: Primero se construye un nodo inicial a partir del cual se comenzará la búsqueda de la solución del problema. Dicho nodo inicial se almacena en la estructura, y a partir de ahí se suceden operaciones de extracción desde la estructura, y ramificaciones del nodo extraído (que genera nuevos nodos supuestamente más cercanos a la solución). Estas operaciones se realizan

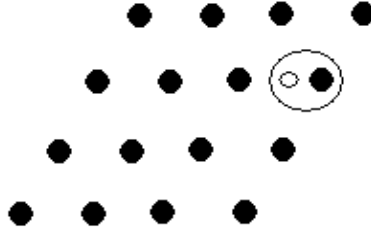


Figura 4.1: Interpretación de ML.

hasta que el nodo extraído de la estructura sea en efecto una solución del problema. En caso de que se vacíe la estructura sin antes encontrar una solución, entonces se retorna una solución nula [9].

Un segundo esquema de Ramificación y Poda es el que recorre el árbol de soluciones hasta encontrar una mejor solución. Al igual que en el algoritmo anterior, se almacena un nodo inicial en la estructura y de ahí se realizan operaciones de extracción desde la estructura, y ramificaciones del nodo extraído. Aquí es necesario tener dos variables globales (solución y valor-solución) que serían actualizadas cada vez que se encuentra una nueva solución. Cuando se vacía la estructura termina el método y se retorna la mejor solución encontrada [9].

#### 4.4.2. Detector ML

El detector de máxima verosimilitud pertenece al segundo esquema de Ramificación y Poda. La detección es realizada mediante el análisis de todos los elementos posibles a transmitir, y se decide a favor de la señal propuesta  $\mathbf{x}$  que minimiza la distancia euclidiana al vector  $\mathbf{y}$  (4.6)(4.7)(4.8). En Figura 4.1 se puede observar una interpretación del método de detección ML, donde los puntos oscuros representan la constelación 16QAM y el punto claro representa el vector recibido.

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (4.6)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{R}[\mathbf{H}^\dagger \mathbf{y} - \mathbf{x}]\|_2^2 \quad (4.7)$$

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{Q}^H \mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (4.8)$$

donde  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$  con elementos  $y_k \in \mathbb{C}$  es el vector recibido,  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  es la matriz de canal, donde  $N$  es el número de antenas en el transmisor y  $M$  el número de antenas en el receptor,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  con elementos  $x_k \in \mathbb{C}$  representa al posible

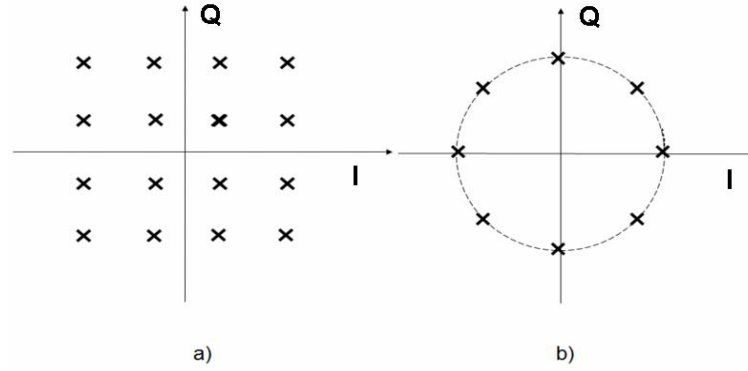


Figura 4.2: Constelación  $A^1$ , formada por los elementos de la modulación. a) 16QAM , b) 8PSK.

vector transmitido (solución) y  $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_N]^T$  con elementos  $\hat{s}_k \in \mathbb{C}$  es el vector de datos estimado. De acuerdo al algoritmo ML, para minimizar la complejidad del mismo se debe reducir la búsqueda a componentes de una constelación de vectores  $A^N$ , donde  $N$  indica el número de elementos que componen cada vector. De esta manera una constelación  $A^1$  puede estar compuesta por los elementos de una modulación L-PSK o L-QAM, como se ejemplifica en la Figura 4.2 en una gráfica I-Q, siendo I el eje de las componentes de la señal en fase y Q el eje de las componentes en cuadratura. El método ML es considerado óptimo, pero debido a que su complejidad computacional se incrementa exponencialmente respecto a la dimensión del arreglo de antenas en el transmisor, se considera un método inviable para usar de manera practica [55].

### 4.4.3. Detector de Esfera

Los métodos de decodificación esférica son métodos que siguen un esquema de Ramificación y Poda, y se aproximan a la solución ML del problema definido en (4.2). La idea básica del algoritmo SD es intentar buscar solo aquellos puntos de la malla que están dentro de la esfera de radio  $r$  con centro en el vector dado  $\mathbf{y}$ , como se puede apreciar en la Figura 4.3, donde  $\mathbf{y}$  es representado por un punto claro. Es fácil de ver, que el punto más cercano a  $\mathbf{y}$  dentro de la esfera, es el punto más cercano a  $\mathbf{y}$  en toda la malla. Al reducir el espacio de búsqueda se reduce también la complejidad computacional.

La idea entonces se resume en encontrar todos los vectores  $\mathbf{x}$  tales que:

$$r^2 \geq \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2. \quad (4.9)$$

donde  $r$  representa el radio de la esfera,  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_M]^T$  con elementos  $y_k \in \mathbb{C}$  es el vector recibido,  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$  representa la matriz de canal,  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_N]^T$  con elementos  $x_k \in \mathbb{C}$  representa al posible vector transmitido (solución) y  $\hat{\mathbf{s}} = [\hat{s}_1, \hat{s}_2, \dots, \hat{s}_N]^T$  con elementos  $\hat{s}_k \in \mathbb{C}$  es el vector de datos estimado .

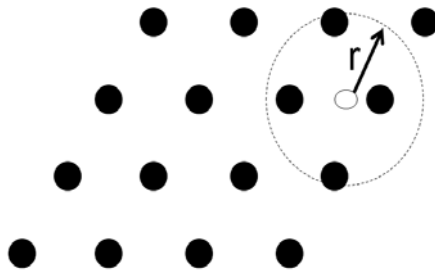


Figura 4.3: Idea del Decodificador de Esfera.

Determinar el conjunto de los puntos que se encuentran en el interior de una esfera  $M$ -dimensional es una tarea difícil. Sin embargo, los métodos SD proponen una idea eficiente para resolver el problema. Parten del caso base  $M = 1$ , donde es trivial pues la esfera es unidimensional, y determinar los puntos en su interior es determinar los puntos dentro de un intervalo. Luego se usa esta observación para ir del nivel o dimensión  $k$  a  $k + 1$ . Lo anterior significa que se pueden determinar todos los puntos solución en una esfera de dimensión  $M$ , y radio  $r$  determinando sucesivamente todos los puntos solución en esferas de dimensiones menores  $1, 2, \dots, M$  y el mismo radio  $r$ .

La complejidad computacional de los métodos SD se analiza amplia y detalladamente en [12] y [50]. En tales publicaciones se demuestra que el método SD, para amplios rangos de SNR, tiene una complejidad computacional polinomial, cercana a la complejidad cúbica. Lo analizado en estos trabajos tiene en cuenta el funcionamiento del SD propuesto en [11], en la última década han emergido investigaciones sobre los métodos SD, en las cuales se trata de optimizar algunas cuestiones que influyen en el rendimiento de estos métodos, como es la selección del radio para la búsqueda y el orden de decodificación de los símbolos.

#### 4.4.4. Preprocesado y Ordenación de la Decodificación

La complejidad de los decodificadores en esfera depende críticamente de la etapa de preprocesado y el orden en el cual se considera a las componentes de la señal transmitida  $\mathbf{y}$ . El preprocesado y ordenación estándar consiste en el cálculo de la factorización  $\mathbf{QR}$  sobre la matriz del canal  $\mathbf{H}$  y la ordenación de los componentes de la forma natural pero empezando por el último, dada por  $y_M, y_{M-1}, \dots, y_1$ . Sin embargo, con la aplicación de algoritmos alternativos de preprocesado y ordenación se puede conseguir una complejidad computacional menor a la esperada, en algunos casos.

Como se mencionó anteriormente, utilizar la descomposición  $\mathbf{QR}$  provoca la distorsión de los elementos de la matriz  $\mathbf{R}$ , es decir, pequeñas variaciones en los valores resultantes de la descomposición causan errores en la detección que son corregidos por la ordenación utilizada. En esta tesis se propone una modificación en la etapa de ordenación que es capaz de predecir un posible error, mediante el análisis de los componentes de la matriz  $\mathbf{R}$



pertenece a la factorización **QR**, y por lo tanto es capaz de mitigar el error. Los detalles y la descripción de la propuesta se presentan en el Capítulo 5.

#### 4.4.5. Selección de los Radios Iniciales

El costo computacional del método SD depende en gran medida también de la elección del radio inicial  $r$  establecido por la ecuación (4.9). Si  $r$  es muy grande, la cantidad de nodos en cada nivel del árbol sería considerable y la complejidad de la búsqueda se mantendría exponencial, mientras que si por otro lado,  $r$  es muy pequeño, puede suceder que no existan puntos dentro de la esfera.

Un buen candidato para estimar  $r$  es el denominado radio de cobertura de la malla, definido como el menor radio de esferas centradas en los puntos de la malla que cubra todo el espacio  $M$ -dimensional. Este es claramente el menor radio que garantiza la existencia de un punto dentro de la esfera con centro en un vector cualquiera  $\mathbf{y}$ . El problema con esta elección de  $r$  es que determinar el radio de cobertura de una malla dada es por sí mismo un problema con nivel de complejidad NP-completo [46].

En [58] proponen que el radio inicial se obtenga mediante  $r^2 = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_x\|_2^2$ , donde  $\hat{\mathbf{s}}_x$  es la solución de algún método heurístico como ZF o MMSE. Un inconveniente que puede presentarse es que en el proceso de aproximar un valor continuo a un elemento de la constelación  $A^N$ , puede provocar que la distancia entre  $\mathbf{y}$  y la solución obtenida sea mayor, por lo tanto la esfera contendría muchos puntos en su interior. Como ventaja tienen que son muy seguros, pues garantizan al menos un punto de la malla dentro de la esfera.

Si se conoce que el problema de mínimos cuadrados es formulado para decodificar una señal recibida en un sistema MIMO, se puede aprovechar la varianza  $\sigma^2$  del ruido para estimar el radio inicial. En [12] se propone que el radio inicial se obtenga mediante la expresión

$$r^2 = \beta N \sigma^2, \quad (4.10)$$

donde el valor de  $\beta$  es tomado de modo tal que la probabilidad de encontrar un punto dentro de la esfera sea bastante cercana a 1, y  $N$  el número de transmisores.

En la variante del método SD donde se usa la estrategia de numeración Schnorr-Euchner no es imprescindible definir un radio inicial de búsqueda. Esta variante, siempre que encuentra un punto dentro de la esfera, actualiza el radio. Es por ello que se puede inicializar  $r = \infty$ . Sin embargo, como bien se demuestra en [59], si se inicializa  $r = \infty$  el punto que primeramente encuentra el método es el punto solución del ZF, provocando que el radio se actualice con la distancia  $\|\mathbf{y} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{s}}_{ZF}\|_2$ , donde  $\hat{\mathbf{s}}_{ZF}$  es la solución estimada con el método ZF.

A pesar de diversos resultados en la gestión de los radios de búsqueda en los métodos SD, se considera que aún la selección del radio inicial es un problema abierto y retador que merece seguirse investigando.



# Capítulo 5

## DECODIFICACIÓN DE ESFERA

En la primera parte de este capítulo (Secciones 5.1, 5.2 y 5.3), se describen algoritmos decodificadores de esfera propuestos en la literatura, poseen una baja complejidad computacional y tienen un rendimiento cercano al óptimo, dado por el método ML. En la segunda parte de este capítulo (Secciones 5.4, 5.5 y 5.6), se presentan y describen los tres algoritmos y mejoras propuestas al detector esfera, que tienen como finalidad alcanzar el rendimiento óptimo y obtener una menor complejidad que los algoritmos presentados en la primera parte del capítulo.

### 5.1. Decodificador de Esfera General.

En [12] y [50] se presenta la forma general del decodificador de esfera (GSD, por sus siglas en inglés, de General Sphere Decoder) como una herramienta de baja complejidad para la solución del problema de mínimos cuadrados y a la vez como un detector de baja complejidad para sistemas MIMO. La idea básica del algoritmo GSD es buscar solo aquellos puntos de la malla que se encuentran dentro de una esfera con centro en el vector dado  $\mathbf{y}$  y un radio  $r$  como se ejemplifica en la Figura 5.1. La señal recibida sin ruido (punto representado por vector  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  en el espacio  $\mathbb{C}^N$ ) se encuentra dentro de la esfera de radio  $r$  si y solo si.

$$r^2 \geq \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (5.1)$$

donde  $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$  es el vector recibido y  $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^N$  es el posible vector transmitido, se realiza previamente la descomposición  $\mathbf{QR}$  de la matriz de canal  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times N}$ , es decir

$$\mathbf{H} = \mathbf{QR} \quad (5.2)$$

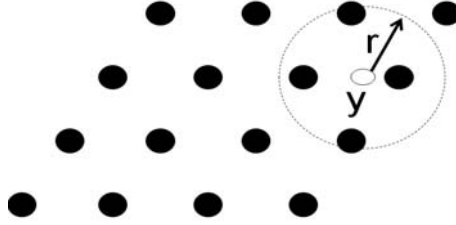


Figura 5.1: Identificación de los nodos de una constelación  $A^1$ , con modulación 16QAM distorsionada por el canal  $\mathbf{H}$ , contenidos dentro de la esfera de radio  $r$ .

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1N} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{M1} & Q_{M2} & \dots & Q_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \dots & R_{1N} \\ 0 & R_{22} & \dots & R_{2N} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & R_{NN} \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

donde  $\mathbf{R}$  es una matriz triangular superior de dimensiones  $N \times N$  con los elementos de la diagonal todos positivos y  $\mathbf{Q}$  es una matriz ortogonal de dimensiones  $M \times N$ .

La condición establecida por la ecuación (5.1), para un sistema donde  $M = N$  puede por tanto escribirse como

$$r^2 \geq \|\mathbf{y} - \mathbf{Q}\mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 = \|\mathbf{Q}^H\mathbf{y} - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (5.4)$$

donde  $(\cdot)^H$  denota el producto Hermitiano (transpuesta conjugada). Definiendo  $\mathbf{y}' = \mathbf{Q}^H\mathbf{y}$  se escribe la ecuación como

$$r^2 \geq \|\mathbf{y}' - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (5.5)$$

luego, teniendo en cuenta que  $\mathbf{R}$  es una matriz triangular superior, la desigualdad establecida por la ecuación (5.5) puede ser nuevamente escrita como

$$r^2 \geq (y'_M - R_{M,M}x_M)^2 + (y'_{M-1} - R_{M-1,M}x_M - R_{M-1,M-1}x_{M-1})^2 + \dots \quad (5.6)$$

donde  $y'_M$  es el elemento  $M$  del vector  $\mathbf{y}'$ ,  $R_{M,M}$  representa el elemento de la posición  $(M, M)$  de la matriz  $\mathbf{R}$  y  $x_M$  representa el elemento  $M$  del vector  $\mathbf{x}$ . Se puede observar que el primer término depende únicamente de  $x_M$ , el segundo término depende de  $x_M$ ,  $x_{M-1}$ , etc. Partiendo de la desigualdad establecida por la ecuación (5.6), se desprende que una condición necesaria para que  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  este dentro de la esfera, es que  $r^2 \geq (y'_M - R_{M,M}x_M)^2$ , o lo que es lo mismo, que la componente  $x_M$ , pertenezca al intervalo [12]

$$\left\lceil \frac{-r + y'_M}{R_{M,M}} \right\rceil \leq x_M \leq \left\lfloor \frac{r + y'_M}{R_{M,M}} \right\rfloor \quad (5.7)$$

donde  $\lceil \cdot \rceil$  denota el redondeo al elemento cercano más grande. De manera similar,  $\lfloor \cdot \rfloor$  indica el redondeo al elemento cercano más pequeño. Luego, para cada valor de  $x_M$  dentro del

intervalo descrito en (5.7), se determina el intervalo donde estarán los valores de  $x_{M-1}$  mediante

$$\left[ \frac{-r'_{M-1} + y'_{M-1|M}}{R_{M-1,M-1}} \right] \leq x_{M-1} \leq \left[ \frac{r'_{M-1} + y'_{M-1|M}}{R_{M-1,M-1}} \right] \quad (5.8)$$

donde  $\mathbf{r}'$  representa un vector que contiene los radios, definidos de acuerdo al nivel donde se realiza la búsqueda como  $r'^2_{M-1} = r^2 - (y'_M - R_{M,M}x_M)^2$  y  $y'_{M-1|M} = y'_{M-1} - R_{M-1,M}x_M$ . El algoritmo continua de esa misma forma para determinar  $x_{M-2}$  y así sucesivamente hasta determinar  $x_1$ . En caso de no encontrarse alguna solución, el radio  $r$  debe aumentarse y se ejecutaría nuevamente el algoritmo.

Ahora podemos formalizar el Algoritmo 1, donde  $k$  indica el nivel en la que actualmente se realiza la búsqueda,  $\mathbf{UB}_k$  es el valor máximo que puede tomar  $\mathbf{x}_k$  y  $X^N$  es un conjunto que contiene los vectores que se encuentran dentro de la esfera. Desafortunadamente este algoritmo ha sido diseñado para sistemas de números reales, sin embargo es posible utilizarlo en sistemas de números complejos, convirtiendo  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{H}$  y  $\mathbf{x}$  en sistemas de números reales, para ello se hace uso de (5.9), (5.10) y (5.11). Esta transformación provoca que se dupliquen las dimensiones del arreglo y en consecuencia que se incremente la complejidad computacional del detector [60][10].

$$\mathbf{x}_{real} = [\Re(\mathbf{x}) \ \Im(\mathbf{x})]^T; \quad (5.9)$$

$$\mathbf{y}_{real} = [\Re(\mathbf{y}) \ \Im(\mathbf{y})]^T; \quad (5.10)$$

$$\mathbf{H}_{real} = \begin{bmatrix} \Re(\mathbf{H}) & -\Im(\mathbf{H}) \\ \Im(\mathbf{H}) & \Re(\mathbf{H}) \end{bmatrix} \quad (5.11)$$

donde  $\Im(\mathbf{y})$  representa la parte imaginaria y  $\Re(\mathbf{y})$  representa la parte real de un vector, en este caso  $\mathbf{y}$ .

**Algoritmo 1** GSD.

**Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $r$ .

**Salida:** Vector estimado  $\hat{s}$ .

1. (Inicializar)  $k = M$ ,  $r'_M = r^2$ ,  $y'_{M|M+1} = y'_M$
2. (Límites)  $UB_k = \lfloor (r'_k + y'_{k|k+1})/R_{k,k} \rfloor$ ,  $x_k = \lceil (-r'_k + y'_{k|k+1})/R_{k,k} \rceil - 1$
3. (Incrementar  $x_k$ )  $x_k = x_k + 1$ . Si  $x_k \leq UB_k$ , ir a 5; De otra manera, Ir a 4.
4. (Incrementar  $k$ )  $k = k + 1$ ; Si  $k = M + 1$ , ir a 7; De otra manera, ir a 3.
5. (Decrementar  $k$ ) Si  $k = 1$ , ir a 6; De otra manera  $k = k - 1$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k - \sum_{j=k+1}^M R_{k,j} x_j$ , e ir a 2.
6. Solución encontrada. Guardar  $x$  en  $X^N$  e ir a 3.
7. Calcular

$$\hat{s} = \arg \min_x \|Q^H y - Rx\|_2^2$$

donde  $x \in X^N$  y  $X^N \subseteq A^N$ .

Terminar el algoritmo.

## 5.2. Algoritmo SDVB

En [59] se propone una variación del algoritmo decodificador de esfera al que nombramos SDVB (de, Sphere Decoder Viterbo and Boutros). Al igual que el Algoritmo 1 aprovecha las ventajas de la descomposición **QR** descrita en la ecuación (5.2). Haciendo un desarrollo similar hasta (5.5) y substituyendo  $r$  por  $C$  obtenemos

$$C \geq \|\mathbf{y}' - \mathbf{R}\mathbf{x}\|_2^2 \quad (5.12)$$

donde  $C$  es el radio de la esfera dentro de la cual se realizará la búsqueda. A diferencia del Algoritmo 1 en el Algoritmo 2 el radio para la primera iteración es totalmente definido por el usuario y se actualiza automáticamente para las siguientes iteraciones si así se desea. En la Figura 5.2 se describe el funcionamiento del Algoritmo 2, para una modulación BPSK y un arreglo de antenas de  $4 \times 4$  (es decir, una esfera de 4 dimensiones).

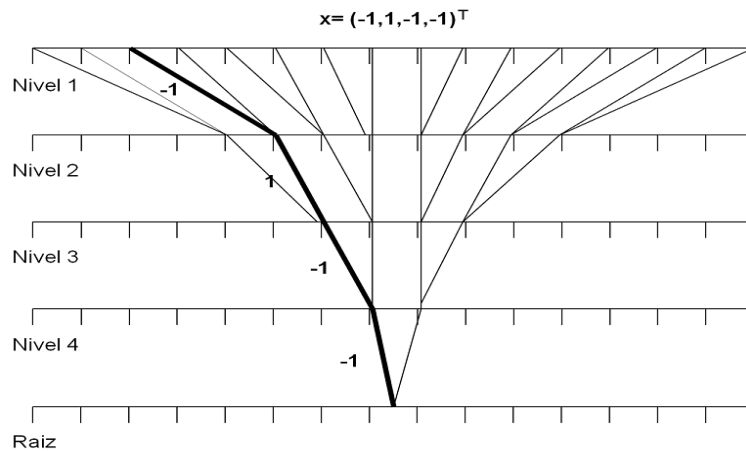


Figura 5.2: Ejemplo de árbol generado para determinar los datos recibidos por un vector de 4 dimensiones.

**Algoritmo 2** SDVB.**Entrada:**  $\mathbf{R}$ ,  $\mathbf{y}' = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$ ,  $C$ ,  $\mathbf{x} = 0$ .**Salida:** Vector estimado  $\hat{\mathbf{s}}$ .

1.  $k = M$ ,  $C = \infty$ ,  $C' = 0$ , Calcular para todo  $x_j \in A^1$

$$C'_k \geq \sum_k^M (y_k - \sum_{j=k}^M R_{k,j} x_j)^2 \quad (5.13)$$

Donde  $x_j$  toma valores de la constelación  $A^1$ , comenzando por el menor  $(x_1, x_2, \dots, x_L)$  hasta que  $C'_k \leq C$ .

2. Si  $C'_k > C$  entonces,  $k = k + 1$  e ir a 1. De lo contrario ir a 3
3.  $x_j = \hat{s}_k$ ,  $k = k - 1$ ,  $C = C'_{k+1}$ . Si  $k = 0$ , la solución ha sido encontrada, Terminar el algoritmo. De otra manera ir a 1

### 5.3. Decodificador de Esfera Complejo

En [60] se describe un algoritmo decodificador de esfera para constelaciones complejas, conocido como Decodificador de Esfera Complejo (CSD, por sus siglas en inglés, de Complex Sphere Decoder). A diferencia del Algoritmo 1 no es necesaria la separación de los componentes real e imaginario de  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{H}$ , y  $\mathbf{x}$ , por lo tanto no se duplican las dimensiones del sistema.

En este caso, utilizando la factorización de Cholesky se puede encontrar una matriz triangular superior  $\mathbf{U}$  con elementos en su diagonal reales y positivos, tal que  $\mathbf{U}^H \mathbf{U} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$  [60]. Entonces la ecuación (5.1) puede ser escrita de la siguiente manera

$$r^2 \geq (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}})^H \mathbf{U}^H \mathbf{U} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) = \sum_{k=1}^M u_{k,k} \left| x_k - \hat{x}_k + \sum_{j=k+1}^M \frac{u_{k,j}}{u_{k,k}} (x_j - \hat{x}_j) \right|^2 \quad (5.14)$$

donde  $\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y}$  es la estimación inicial de  $\mathbf{s}$ , los elementos de la matriz triangular  $\mathbf{U}$ , de dimensión  $N \times N$ , se definen como  $u_{k,k}$  con  $k = 1, \dots, N$  y  $r$  es el radio de la esfera dentro de la cual se realizara la búsqueda. Si evaluamos con  $k = M$  en la ecuación (5.14) obtenemos

$$\frac{r}{u_{M,M}} \geq \left| x_M - \hat{x}_M \right| \quad (5.15)$$

Esta desigualdad limita la búsqueda a los puntos de la constelación de contenidos en un disco complejo de radio  $\frac{r}{u_{M,M}}$  centrado en  $\hat{x}_M$ . Estos puntos son fáciles de encontrar



cuando la constelación tiene forma de un círculo complejo (como en las modulaciones PSK). La Figura 5.3 muestra gráficamente que la intersección del disco de búsqueda y el círculo generado por la constelación 8-PSK es un arco.

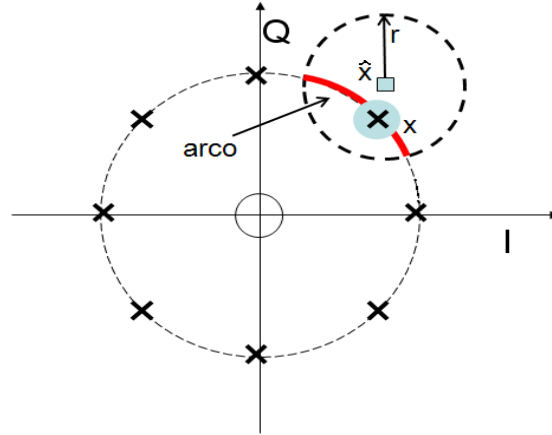


Figura 5.3: Intersección del disco de búsqueda y la constelación 8PSK.

Sea  $x_M = r_c e^{i\theta_M}$  el elemento  $M$  del vector de posibles símbolos transmitidos y  $\hat{x}_M = \hat{r}_c e^{i\hat{\theta}_M}$  el elemento  $M$  del vector estimado, donde  $\theta_M$  y  $\hat{\theta}_M$  son los ángulos fase de  $x_M$  y  $\hat{x}_M$  respectivamente, los cuales conforman los vectores  $\theta$  y  $\hat{\theta}$ , además  $r_c > 0$  y  $\hat{r}_c > 0$  son elementos de los vectores  $\mathbf{r}_c$  y  $\hat{\mathbf{r}}_c$  vector con los radios del círculo formado por la constellation PSK. Una vez definidos estos elementos podemos desarrollar ecuación (5.15) para obtener

$$\cos(\theta_M - \hat{\theta}_M) \geq \frac{1}{2r_c \hat{r}_c} \left[ r_c^2 + \hat{r}_c^2 - \frac{r^2}{u_{M,M}^2} \right] = \eta \quad (5.16)$$

se observa que si  $\eta > 1$ , entonces el disco de búsqueda no contiene ningún punto de la constelación PSK. Si  $\eta < -1$ , entonces el disco de búsqueda incluye a toda la constelación. Para  $-1 \leq \eta \leq 1$ , el arco es descrito por

$$|\theta_M - \hat{\theta}_M| \leq \cos^{-1} \eta \quad (5.17)$$

y por lo tanto el intervalo de búsqueda se puede definir como

$$\left[ \hat{\theta}_M - \cos^{-1} \eta \right] \leq \theta_M \leq \left[ \hat{\theta}_M + \cos^{-1} \eta \right] \quad (5.18)$$

Lo antes descrito es formalizado en el Algoritmo 3.

**Algoritmo 3** CSD.**Entrada:**  $\mathbf{R}$ ,  $\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{y}$ ,  $\eta$ .**Salida:** Vector estimado  $\hat{\mathbf{s}}$ .

1. (Inicializar)  $k = M$ ,  $\hat{\theta}$  es un vector con los ángulos de fase de  $\hat{\mathbf{x}}$
2. (Límites de constelación)  $UB_k = \hat{\theta}_k + \cos^{-1}(\eta)$ ,  $LB_k = \hat{\theta}_k - \cos^{-1}(\eta)$ . Tomando como límite inferior  $LB_k$  y límite superior,  $UB_k$ , construir un par vectores constelación con elementos (dependientes de la modulación, L-PSK,  $L = 2, 4, 8, 16$ , Constelación  $A^1$ ), el primero  $A^\theta$ , con ángulos de fase y el segundo  $A^{SD}$ , con los elementos de la modulación que están dentro de los límites. Definir nivel inferior  $NI_k = 1$ , definir nivel superior  $NS_k = LC$ , donde  $LC$  es el número de elementos de la constelación  $A^\theta$ .
3. Si  $NI_k \leq NS_k$ , (Incrementar  $NI_k$ )  $x_k = A_{NI_k}^{SD}$ ,  $NI_k = NI_k + 1$  e ir a 5; De otra manera Ir a 4.
4. (Incrementar  $k$ )  $k = k + 1$ ; Si  $k = M + 1$ , ir a 7; De otra manera, ir a 3.
5. (Decrementar  $k$ ) Si  $k = 1$ , ir a 6; De otra manera  $k = k - 1$ , ir a 2.
6. Solución encontrada. Guardar  $\mathbf{x}$  en  $X^N$  e ir a 3.
7. Calcular

$$\hat{\mathbf{s}} = \arg \min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{R}(\mathbf{H}^\dagger \mathbf{y} - \mathbf{x})\|_2^2$$

donde  $\mathbf{x} \in X^N$  y  $X^N \subseteq A^N$ .

Terminar el algoritmo.

## 5.4. Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida (LSD)

En esta sección se introduce uno de los principales aportes de la presente tesis y que fue publicado en [14], el algoritmo decodificador de esfera con complejidad reducida (LSD, por sus siglas en inglés, de Less Complexity Sphere Decoder) se basa en el Algoritmo 1, modificando diferentes parámetros del mismo con el fin de reducir la complejidad computacional. La idea entonces se resume en encontrar todos los vectores  $\mathbf{x} \in A^N$ , tales que, la señal recibida sin ruido (punto representado por vector  $\mathbf{H}\mathbf{x}$  en el espacio  $\mathbb{C}^N$ ) se encuentra dentro de la esfera de radio  $r$ , al igual que en el algoritmo GSD se desarrolla de forma similar hasta (5.8), de la cual se deriva la siguiente expresión

$$\left\lceil \frac{-r'_{M-1} + y'_{M-1|M}}{R_{M-1,M-1}} \right\rceil_{A^1} \leq x_{M-1} \leq \left\lfloor \frac{r'_{M-1} + y'_{M-1|M}}{R_{M-1,M-1}} \right\rfloor_{A^1} \quad (5.19)$$

donde  $\lceil \cdot \rceil_{A^1}$  denota el redondeo al elemento cercano más grande correspondiente a la constelación  $A^1$ . De manera similar,  $\lfloor \cdot \rfloor_{A^1}$  indica el redondeo al elemento cercano más pequeño correspondiente a la constelación  $A^1$ . Recordemos que la constelación  $A^1$  está compuesta por la totalidad de símbolos diferentes que se pueden generar con una modulación (8PSK = 8 elementos).

Si  $x_k \in A^1$  se puede saber con facilidad el número de nodos existentes en el conjunto de soluciones, es decir, una constelación QPSK se compone de 4 elementos diferentes, por lo tanto  $x_k$  solo puede tomar 4 valores diferentes en cada nivel o dimensión y para un sistema MIMO de  $3 \times 3$  (3 niveles) el total de nodos o vectores existentes en la constelación  $A^m$  será de  $4^3$

Además, debido a que el número de elementos de la constelación  $A^1$  es conocido, podemos limitar los rangos de la búsqueda y de esta manera no realizar cálculos innecesarios, lo cual incrementa la complejidad computacional. En la Figura 5.4 se puede ver que en la nivel número tres que el radio de búsqueda es superior al intervalo que contiene los elementos de la constelación BPSK, sin embargo, no existen otros elementos y por lo tanto, en el peor de los casos solo se tomarían en cuenta el número de los elementos total de la constelación, en este caso 4. El método LSD es descrito a detalle en el Algoritmo 4.

---

**Algoritmo 4 LSD**


---

**Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $r$ .

**Salida:** Vector estimado  $\hat{s}$ .

1. (Inicializar)  $k = M$ ,  $r'_M = r^2$ ,  $y'_{M|M+1} = y'_M$
2. (Límites de constelación)  $UB_k = \lfloor (r'_k + y'_{k|k+1})/R_{k,k} \rfloor$ ,  $LB_k = \lceil (-r'_k + y'_{k|k+1})/R_{k,k} \rceil - 1$ , Tomando como límite inferior  $LB_k$  y límite superior  $UB_k$ , construir una constelación ( $A^{SD}$ ) utilizando los elementos de la modulación L-PSK (constelación  $A^1$ ) que estén dentro de los límites. Definir el nivel inferior  $NI_k = 1$ , definir el nivel superior  $NS_k = LC$ , donde  $LC$  es el número de elementos de la constelación  $A^{SD}$ .
3. Si  $NI_k \leq NS_k$ , (Incrementar  $NI_k$ )  $x_k = A^{SD}_{NI_k}$ ,  $NI_k = NI_k + 1$  e ir a 5; De otra manera Ir a 4.
4. (Incrementar  $k$ )  $k = k + 1$ ; Si  $k = M + 1$ , ir a 7; De otra manera, ir a 3.
5. (Decrementar  $k$ ) Si  $k = 1$ , ir a 6; De otra manera  $k = k - 1$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k - \sum_{j=k+1}^M R_{k,j} x_j$ , e ir a 2
6. Solución encontrada. Guardar  $x$  en  $X^N$  e ir a 3.
7. Calcular

$$\hat{s} = \arg \min_x \|Q^H y - Rx\|_2^2$$

donde  $x \in X^N$  y  $X^N \subseteq A^N$ .

Terminar el algoritmo.

---

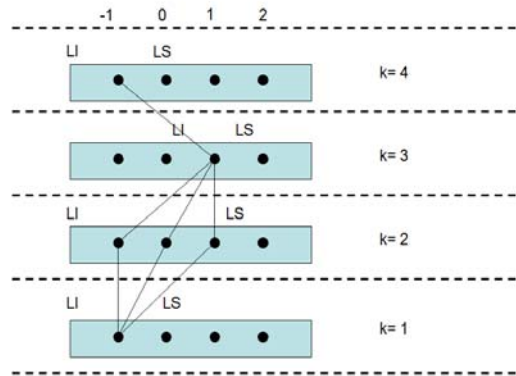


Figura 5.4: Límites de radio para una constelaciones QPSK en un sistema de 4 niveles, donde LI representa el límite inferior y LS representa el límite superior.

## 5.5. Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado (iLSD)

En esta sección se introduce el algoritmo decodificador de esfera con complejidad reducida mejorado (iLSD, por sus siglas en inglés, de improved Less Complexity Sphere Decoder) el cual se basa en los Algoritmos 1 y 3, su principal ventaja es que no requiere de la inversión de la matriz de canal  $\mathbf{H}$ , además se introduce una etapa que ayuda a incrementar el desempeño, realizando de mejor manera la asignación del área de búsqueda. Haciendo un desarrollo de forma similar a lo descrito en la Sección 5.1, hasta (5.5), evaluando en  $M$  y, transformando  $\mathbf{y}'$  y  $\mathbf{R}\mathbf{x}$  en coordenadas polares y sustituyendo de manera similar a lo realizado en (5.15) obtenemos

$$r^2 \geq \|y'_M - R_{M,M}x_M\|_2^2 = r_{y'_M}^2 + r_{R_{M,M}x_M}^2 - 2r_{y'_M}r_{R_{M,M}x_M} \cos(\theta_{y'_M} - \theta_{R_{M,M}x_M}) \quad (5.20)$$

que produce

$$\cos(\theta_{y'_M} - \theta_{R_{M,M}x_M}) \geq \frac{1}{2r_{y'_M}r_{R_{M,M}x_M}} \left[ r_{y'_M}^2 + r_{R_{M,M}x_M}^2 - r^2 \right] = \eta \quad (5.21)$$

donde,  $\theta_{y'_M}$  y  $R_{M,M}x_M$  representan los ángulos de fase de  $y'_M$  y  $R_{M,M}x_M$  respectivamente, de la misma manera  $r_{y'_M}$  y  $r_{R_{M,M}x_M}$  representan el radio generado por la modulación L-PSK. Además si  $\eta > 1$ , entonces el disco de búsqueda no contiene ningún punto de la constelación  $A^1$  (constelación L-PSK). Si  $\eta < -1$ , entonces la búsqueda el disco incluye toda la constelación. Para  $-1 \leq \eta \leq 1$ , el arco es descrito por

$$|\theta_{y'_M} - \theta_{R_{M,M}x_M}| \leq \cos^{-1} \eta \quad (5.22)$$

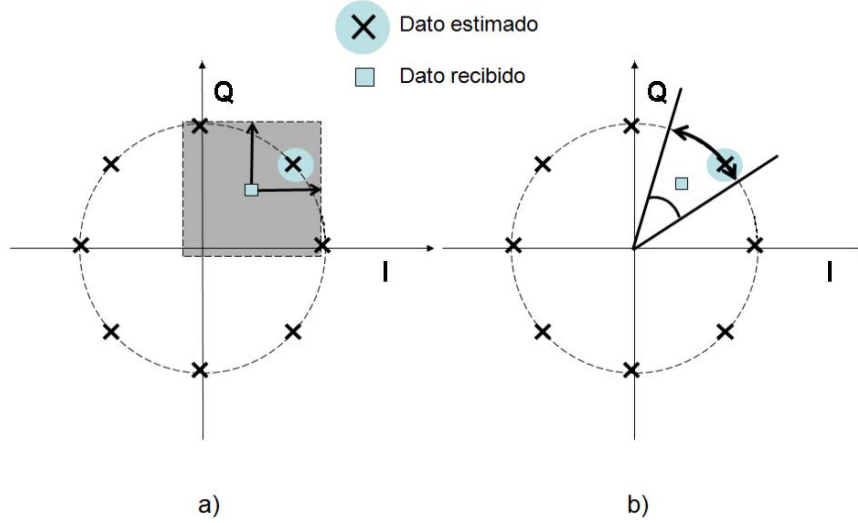


Figura 5.5: Detección de símbolos con modulación 8PSK, a) LSD b) iLSD.

y por lo tanto el intervalo de búsqueda se puede definir como

$$\left[ \theta_{R_{M,Mx_M}} - \cos^{-1} \eta \right]_{A^1} \leq \theta_{y'_M} \leq \left[ \theta_{R_{M,Mx_M}} + \cos^{-1} \eta \right]_{A^1} \quad (5.23)$$

Las mejoras en este algoritmo surgen de sus principales diferencias con los algoritmos en los que se basa, se diferencia del Algoritmo 1 y 3 principalmente en la manera en la que se define el área de búsqueda, en los métodos GSD y LSD el radio se define a través del análisis de dos dimensiones, mientras que en el método iLSD se analiza solo una dimensión, como se observa en las Figuras 5.5 a) y 5.5 b). Por otro lado la principal ventaja respecto al método CSD es la no utilización de la inversa del canal, sustituyendo este cálculo por una multiplicación donde interviene la componente  $\mathbf{Q}$  de la factorización  $\mathbf{QR}$  ( $\mathbf{y}' = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}$ ). Estas dos características garantizan que la complejidad del algoritmo iLSD sea inferior, como se demuestra en el Capítulo 6. El método iLSD es descrito a detalle en el Algoritmo 6.

### 5.5.1. Mejora en la Asignación de Area de Búsqueda

Los detectores SD en general usan descomposiciones como  $\mathbf{QR}$  o Cholesky para la reducción de elementos implicados en los cálculos, pero al mismo tiempo corrompen la estructura de la malla provocando errores en la detección [12], además los efectos del ruido pueden llegar a afectar notablemente los datos recibidos, dado que el ruido es una variable aleatoria, nos resultará imposible determinar su valor en un momento determinado y por lo tanto no podremos realizar una corrección que nos ayude a tener una detección de datos exitosa.

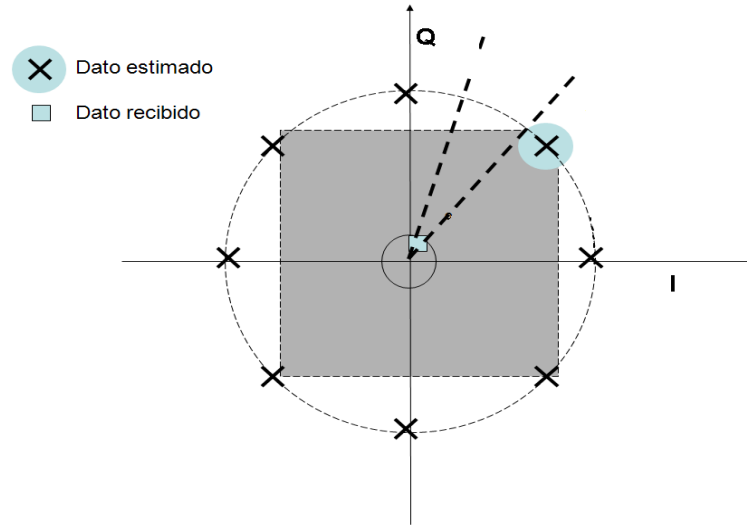


Figura 5.6: Cambio de fase en un dato recibido.

Al analizar los componentes de la matriz  $\mathbf{R}$  perteneciente a la factorización  $\mathbf{QR}$  y aprovechando el mismo principio de los métodos SD, se puede conocer el comportamiento aproximado del canal de comunicación  $\mathbf{H}$  nivel por nivel, por ejemplo, podemos conocer como fue afectado el dato enviado por una antena transmisora 3 (para un sistema MIMO  $3 \times 3$ ). Generalmente cuando el valor de la componente  $R_{3,3}$  de la matriz triangular  $\mathbf{R}$  es cercano a cero, significa que el canal  $\mathbf{H}$  tubo un efecto de atenuación elevado sobre los datos enviados  $s_3$ . Viendo de manera independiente el subcanal en el que viaja  $s_3$ ,  $\mathbf{s} > \mathbf{H}\mathbf{s}$ , por lo tanto si  $n \geq \mathbf{H}\mathbf{s}$  existe la posibilidad de que el dato recibido  $y_3$  haya sufrido un corrimiento de fase y en el peor de los casos invertido su polaridad.

El problema del corrimiento de fase de los datos recibidos, afecta en mayor medida a los algoritmos basados en un ángulo de apertura, ya que originalmente están imposibilitados para detectar datos en los que se ha invertido su polaridad o si han sufrido un cambio de fase considerable. La solución obvia a este problema es el incremento del ángulo de apertura, lo que en consecuencia aumentaría el área de búsqueda pero también la complejidad computacional. En la Figura 5.6 se muestra uno de los peores escenarios, una inversión de polaridad. Para los algoritmos basados en ángulo de apertura es imposible realizar una correcta detección, sin embargo, para los métodos GSD y LSD solo hace falta incrementar el radio moderadamente para incrementar en gran medida las posibilidades de una detección correcta.

Para solucionar el problema del corrimiento de fase, se ha propuesto un algoritmo de corrección, el cual, usando información de la componente  $R$ , de la factorización  $\mathbf{QR}$ , es capaz de predecir un error y ajustar el ángulo de búsqueda, según se requiera.

Un punto a destacar es que, este algoritmo de corrección sumado al método iLSD proporciona un rendimiento similar al método ML con una menor complejidad, inclusive

menor que la presentada en el método CSD, el procedimiento para la predicción y ajuste del ángulo se describe en el Algoritmo 5.

---

**Algoritmo 5** Función de Corrección de Ángulo de Apertura.

---

**Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $\eta$ .

**Salida:**  $\eta$ .

1. Calcular para todo  $x_j \in A^1$

$$dist = (y'_k - R_{k,k}x_j)^2$$

Donde  $k$  representa el nivel actual,  $j$  el índice del elemento de la constelación que se usa en el cálculo y  $dist$ , indica que el resultado de la operación es la distancia entre  $y'_k$  y  $R_{k,k}x_j$

2. Identificar los dos nodos más cercanos a  $y'_k$  y calcular la diferencia ( $dif$ ) entre ellos.

$$dif = |dist_1 - dist_2|$$

3. Si  $dif \leq P_r$ , Asignar nuevo ángulo de apertura( $\eta$ ) de lo contrario continuar con el valor de  $\eta$  antes asignado, donde  $P_r$  es un punto de referencia asignado por el usuario, que puede ser aproximado usando la SNR.
-



---

**Algoritmo 6** iLSD.

---

**Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $\eta$ .**Salida:** Vector estimado  $\hat{s}$ .

1. (Inicializar)  $k = M$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k$ .
2. (Calcular ángulo de Fase  $\theta_{y_k}$ )  $\theta_{y_k}$  es el ángulo de fase de  $y'_{k|k+1}$ .  
Ejecutar Algoritmo 5.  
(Límites de constelación)  $UB_k = \theta_{y_k} + \cos^{-1}(\eta)$ ,  $LB_k = \theta_{y_k} - \cos^{-1}(\eta)$   
Tomando como límite inferior  $LB_k$  y límite superior  $UB_k$ , construir una constelación ( $A^{SD}$ ) utilizando los elementos de la modulación L-PSK (constelación  $A^1$ ) que estén dentro de los límites. Definir el nivel inferior  $NI_k = 1$ , definir el nivel superior  $NS_k = LC$ , donde  $LC$  es el número de elementos de la constelación  $A^{SD}$ .
3. Si  $NI_k \leq NS_k$ , (Incrementar  $NI_k$ )  $x_k = A_{NI_k}^{SD}$ ,  $NI_k = NI_k + 1$  e ir a 5; De otra manera Ir a 4.
4. (Incrementar  $k$ )  $k = k + 1$ ; Si  $k = M + 1$ , ir a 7; De otra manera, ir a 3.
5. (Decrementar  $k$ ) Si  $k = 1$ , ir a 6; De otra manera  $k = k - 1$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k - \sum_{j=k+1}^M R_{k,j} x_j$ .
6. Solución encontrada. Guardar  $x$  en  $X^N$  e ir a 3.
7. Calcular

$$\hat{s} = \arg \min_x \|Q^H y - Rx\|_2^2$$

donde  $x \in X^N$  y  $X^N \subseteq A^N$ .

Terminar el algoritmo.

---

## 5.6. Decodificador de Esfera con Complejidad Reducida Mejorado Más (iLSD+)

Finalmente en esta sección se introduce el algoritmo decodificador de esfera con complejidad reducida mejorado más (iLSD+, por sus siglas en inglés, de improve Less Complexity Sphere Decoder Plus) el cual se basa en los Algoritmos 3 y 6. El método iLSD+ busca aprovechar las ventajas de la detección obtenidas por el algoritmo iLSD, incluida la corrección, al definir el área de búsqueda mediante un ángulo de apertura y sumar una etapa de elección de las capas. Es decir, se seleccionan las capas más cercanas al vector estimado  $\mathbf{R}\mathbf{x}$ , si se requiere un sistema de muy baja complejidad o si la relación señal a ruido lo permite, puede analizarse únicamente una capa de la constelación de resultados, lo que reduce la complejidad notablemente. En la Figura 5.7 se muestra la manera en que se separan las capas según la modulación a usar, mientras que el método de selección es descrito en el Algoritmo 7, y finalmente el método iLSD+ se describe a detalle en el Algoritmo 8.

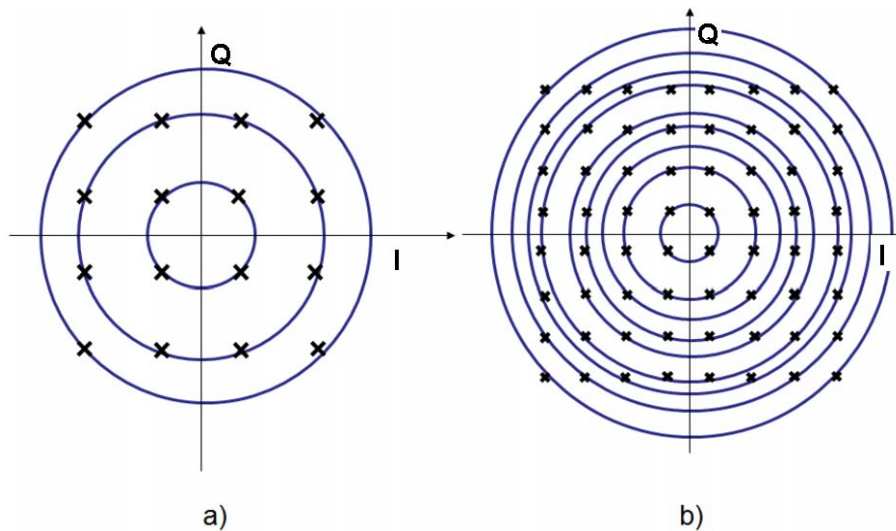


Figura 5.7: División en capas de una constelación  $A^1$ , con modulación a) 16QAM, b) 64QAM.

**Algoritmo 7** Algoritmo de Selección de Capas**Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $r$ .**Salida:** Constelaciones de las capas seleccionadas.

1. (Generación de constelaciones de resultados). Según los radios de cada capa de la modulación L-QAM, calcular para todo  $c \in A^{capa}$ , donde  $A^{capa}$  representa la constelación los radios de las capas existentes.

$$dist = ||y'_k| - |R_{k,k}c_j||$$

Donde  $| \cdot |$  representa el valor absoluto,  $k$  es el nivel actual donde se realiza la decodificación,  $j$  es el índice de  $c$  que indica el radio de cada capa y  $dist$ , indica que el resultado de la operación es la distancia entre  $y'_k$  y  $R_{k,k}c_j$

2. Identificar las capa más cercanas a  $y'_k$  y guardar la constelación de posibles resultados de cada capa.
3. Calcular

$$dif = |distA - distB|$$

donde  $distA$  y  $distB$  indica las distancias de las capas  $A$  y  $B$  a  $y'_k$ , por lo tanto  $dif$  es la diferencia entre estas dos distancias.

Si  $dif \leq P_r$ , ir al siguiente paso, de lo contrario, terminar el algoritmo.

4. Seleccionar capas cercanas a  $y'$  y guardar las constelaciones.

**Algoritmo 8 iLSD+****Entrada:**  $Q$ ,  $R$ ,  $y' = Q^H y$ ,  $\eta$ .**Salida:** Vector estimado  $\hat{s}$ .

1. (Inicializar)  $k = M$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k$ .
2. (Calcular ángulo de Fase  $\theta_{y_k}$ )  $\theta_{y_k}$  es el ángulo de fase de  $y'_{k|k+1}$ .  
Ejecutar Algoritmo 5.  
Ejecutar Algoritmo 7.  
(Límites de constelación)  $UB_k = \theta_{y_k} + \cos^{-1}(\eta)$ ,  $LB_k = \theta_{y_k} - \cos^{-1}(\eta)$  Tomando como límite inferior  $LB_k$  y límite superior  $UB_k$ , construir una constelación ( $A^{SD}$ ) utilizando los elementos de las capas cercanas, calculados en el Algoritmo 7, que estén dentro de los límites. Definir el nivel inferior  $NI_k = 1$ , definir el nivel superior  $NS_k = LC$ , donde  $LC$  es el número de elementos de la constelación  $A^{SD}$ .
3. Si  $NI_k \leq NS_k$ , (Incrementar  $NI_k$ )  $x_k = A_{NI_k}^{SD}$ ,  $NI_k = NI_k + 1$  e ir a 5; De otra manera Ir a 4.
4. (Incrementar  $k$ )  $k = k + 1$ ; Si  $k = M + 1$ , ir a 7; De otra manera, ir a 3.
5. (Decrementar  $k$ ) Si  $k = 1$ , ir a 6; De otra manera  $k = k - 1$ ,  $y'_{k|k+1} = y'_k - \sum_{j=k+1}^M R_{k,j} x_j$ .
6. Solución encontrada. Guardar  $x$  en  $X^N$  e ir a 3.
7. Calcular

$$\hat{s} = \arg \min_x \|Q^H y - Rx\|_2^2$$

donde  $x \in X^N$  y  $X^N \subseteq A^N$ .

Terminar el algoritmo.

# Capítulo 6

## SIMULACIÓN Y RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos en esta tesis. En primer lugar se realiza una breve descripción del modelo de simulación utilizado, para después exponer los resultados obtenidos por los detectores de esfera en los diferentes análisis realizados. Se destacan los resultados obtenidos por los algoritmos propuestos (LSD, iLSD, iLSD+), que logran un rendimiento similar al detector ML y con una reducción en los nodos visitados de hasta el 95 %.

### 6.1. Descripción del Modelo Simulado

Las simulaciones que se presentan en esta sección fueron realizadas mediante el método Montecarlo, se desarrollaron en Matlab R2008a los algoritmos de detección presentados en el Capítulo 5, así como un modelo de transmisión inalámbrica MIMO, en el cual es posible modificar diferentes características, como el tamaño del arreglo de antenas, la modulación, el canal y el detector. Además es posible realizar mediciones de rendimiento y de complejidad.

El modelo simulado se puede ver en la Figura 6.1 y contempla los siguientes bloques:

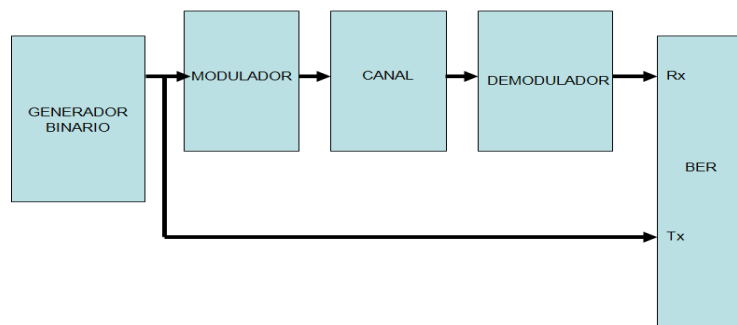


Figura 6.1: Modelo a bloques del sistema de transmisión MIMO simulado.

1. Generador de datos
2. Modulador
3. Canal de desvanecimiento
4. Detector
5. Demodulador
6. Mediciones de rendimiento

Este modelo, puede ocurrir en un sistema de comunicación MIMO cuando se realiza el envío de datos entre una estación base y un dispositivo inalámbrico, o bien entre dos dispositivos que pertenecen a una red inalámbrica. Cabe a resaltar que no se utilizó ningún tipo de codificación o técnica que proporcione mejores resultados en cuanto a diversidad se refiere. La estimación de canal se consideró ideal y el sistema de comunicación MIMO consiste en un arreglo de antenas cuadrado ( $M = N$ ), lo cual garantiza la existencia de tantas incógnitas como ecuaciones. En las secciones siguientes se realiza una breve descripción de las principales características de los bloques que conforman el modelo a simular.

### 6.1.1. Generador de datos

Este bloque genera números al azar usando una distribución Uniforme, es decir que con igual probabilidad produce ceros o unos y los coloca en un vector  $s$  de dimensión  $N \times N$ .

### 6.1.2. Modulador

En este bloque se modula el vector  $s$ , es posible elegir entre las modulaciones BPSK, QPSK, 8PSK, 16QAM o 64QAM, las cuales fueron elegidas por estar incluidas en estándares actuales, como se muestra en la Tabla 6.1 [15].

Tabla 6.1: Modulación en tecnologías de banda ancha inalámbrica.

Sistema Inalámbrico	Wimax	HSPA	1x EV-DO Rev A	WIFI
Estándar	IEEE 801.16	3GPP Release 6	3GPP2	IEEE 802.11
Modulación	QPSK, 16QAM, 64QAM	QPSK, 16QAM	QPSK, 8PSK, 16QAM, 64QAM	BPSK, QPSK, 16QAM, 64QAM

### 6.1.3. Canal

Este bloque establece el canal modelado que se usa directamente entre el transmisor y el receptor, e introduce atenuación, ruido, desvanecimiento, interferencia y otras distorsiones dentro de la señal que se transmite. Los canales utilizados en la simulación poseen las siguientes características:

- Son canales de desvanecimiento no selectivo en frecuencia.
- Se mantienen constantes durante el envío de una trama.

Los modelos de canal utilizados en las simulaciones son: Rayleigh, Rician y Rayleigh Correlacionado los cuales han sido descritos en el Capítulo 2.

### 6.1.4. Detector

En esta etapa se hace uso de los algoritmos estudiados y propuestos en el Capítulo 5 como detectores, además se utilizan también los detectores ZF, MMSE y ML con el fin de tener referencias claras de rendimiento y complejidad.

### 6.1.5. Mediciones de rendimiento

Con ayuda de los métodos Montecarlo se realizan análisis de rendimiento y de la misma manera se realizan análisis de complejidad en los detectores.

- **Rendimiento:** El rendimiento de los detectores se muestra a través de gráficas (BER vs SNR) que reflejan el comportamiento del sistema a diferentes niveles de SNR, el cálculo del BER se realiza de la siguiente manera.

$$BER = \frac{\text{No. de bits erróneos}}{\text{No. de bits transmitidos}} \quad (6.1)$$

- **Complejidad:** La complejidad entre algoritmos se compara mediante gráficas Nodos visitados vs SNR.

Al representar la constelación de datos posibles a recibir como un grafo, un nodo representa una posible solución al problema CVP y por lo tanto un posible dato recibido. El número de nodos que serán visitados usando el método SD, es el número de nodos que se encuentran en la region de búsqueda, es decir, los que se encuentran dentro de la esfera de radio  $r$  o los límites establecidos por el algoritmo. Un algoritmo eficiente visitará un número significativamente menor al total de nodos existentes.

## 6.2. Definición del Radio Inicial

El radio es un parámetro importante para la detección de esfera, elegir un radio grande aumenta las posibilidades de éxito de la detección, sin embargo al aumentar el área de búsqueda, también se incrementa la complejidad del detector. En este trabajo, el radio inicial ha sido definido por la siguiente expresión

$$r^2 = \beta N \sigma^2, \quad (6.2)$$

donde el valor de  $\beta$  es tomado de modo tal que la probabilidad de encontrar un punto dentro de la esfera sea bastante cercana a 1, y  $N$  el número de transmisores.

Cabe destacar que la ecuación (6.2) es también la base para definir el área de búsqueda en los algoritmos de detección que utilizan un ángulo de apertura.

## 6.3. Resultados

### 6.3.1. Decodificador SD en Sistemas MIMO

En esta sección se realiza un análisis comparativo de rendimiento y complejidad entre los detectores ZF, MMSE, ML y SDVB, utilizando datos con modulación PSK, un arreglo de antenas cuadrado de  $4 \times 4$  y un canal de transmisión Rayleigh, con el fin de comprobar las ventajas que presenta el detector de esfera, como su baja complejidad y su rendimiento similar al óptimo, que está dado por el detector ML.

En la Figura 6.2 usando una modulación BPSK, a 9 dB (decibeles) el detector SDVB tiene una ganancia aproximada de 8 dB respecto al detector ZF, respecto al detector MMSE tiene una ganancia de 5 dB, esta ganancia se incrementa al aumentar la SNR. Por otro lado su rendimiento es inferior al detector ML.

De la misma manera en la Figura 6.3 usando una modulación QPSK, a 14 dB el detector SDVB tiene una ganancia aproximada de 4 dB respecto al detector ZF, respecto al detector MMSE tiene una ganancia de 3 dB, esta ganancia se incrementa al aumentar la SNR. Por otro lado su rendimiento es inferior al detector ML.

En cuestiones de complejidad, es sabido que los detectores ZF y MMSE tienen una complejidad inferior que el detector SDVB por lo que no son incluidos en las gráficas. Nos enfocamos principalmente a la comparación entre el detector SDVB y el detector ML. En la Figura 6.4 se observa que la complejidad del detector SDVB es inferior a la del detector ML, la complejidad se reduce aproximadamente a la mitad después de los 10 dB. En la Figura 6.5 con una modulación QPSK, el número de nodos visitados por SDVB nunca es superior a los visitados por el detector ML y el número de nodos visitados se reduce en el peor de los casos al 10% de los nodos visitados por el detector ML.

Los resultados encontrados nos indican que al utilizar un detector de esfera como el SDVB, obtenemos un rendimiento superior al dado por los detectores ZF y MMSE. Además,



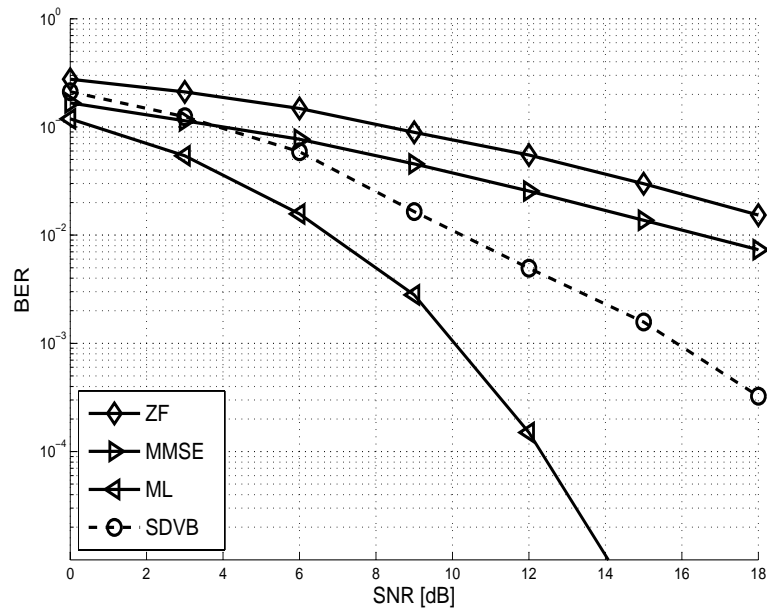


Figura 6.2: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación BPSK para un sistema MIMO de  $4 \times 4$ .

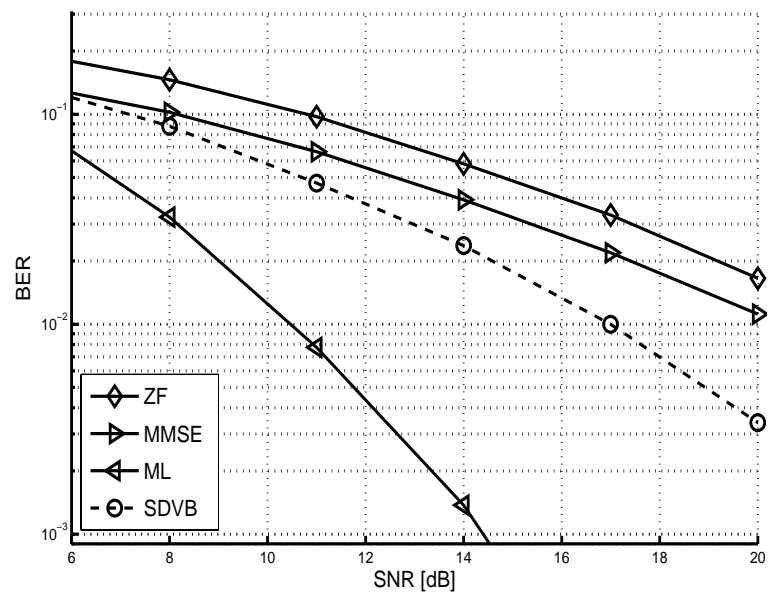


Figura 6.3: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación QPSK para un sistema MIMO de  $4 \times 4$ .

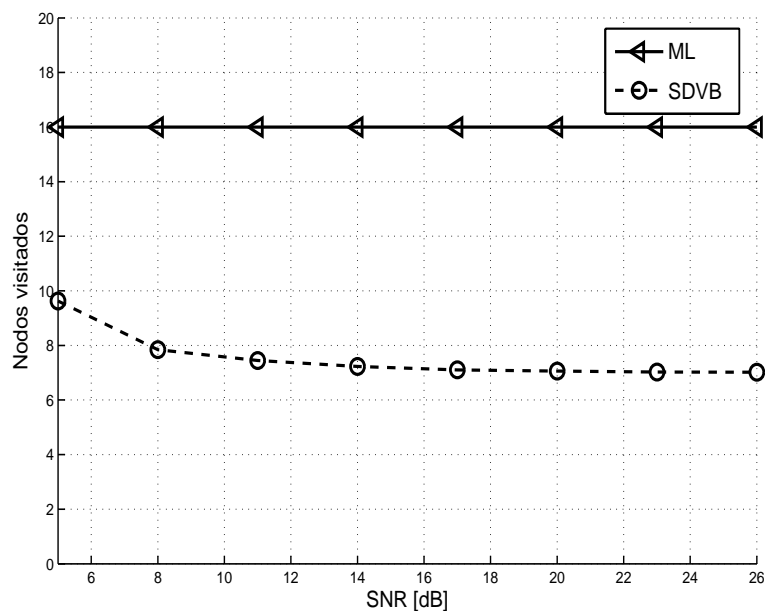


Figura 6.4: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR con modulación BPSK para un sistema MIMO de  $4 \times 4$ .

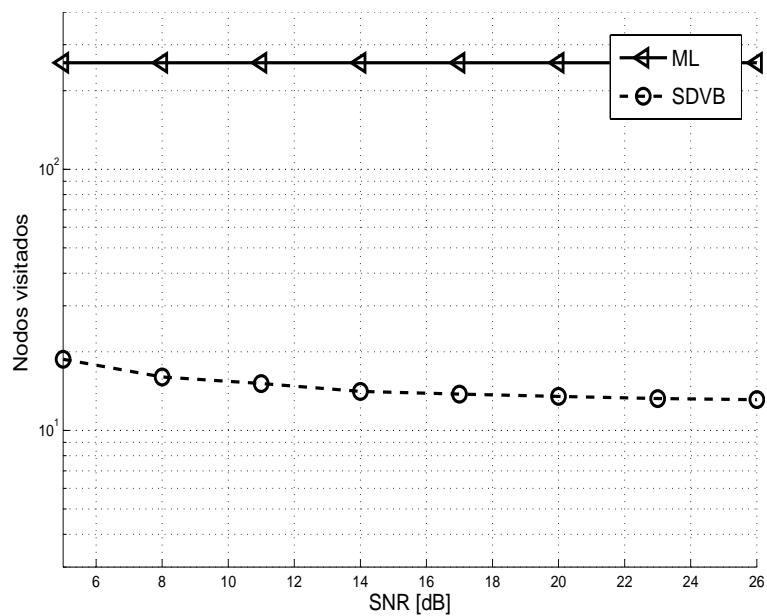


Figura 6.5: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR con modulación QPSK para un sistema MIMO de  $4 \times 4$ .

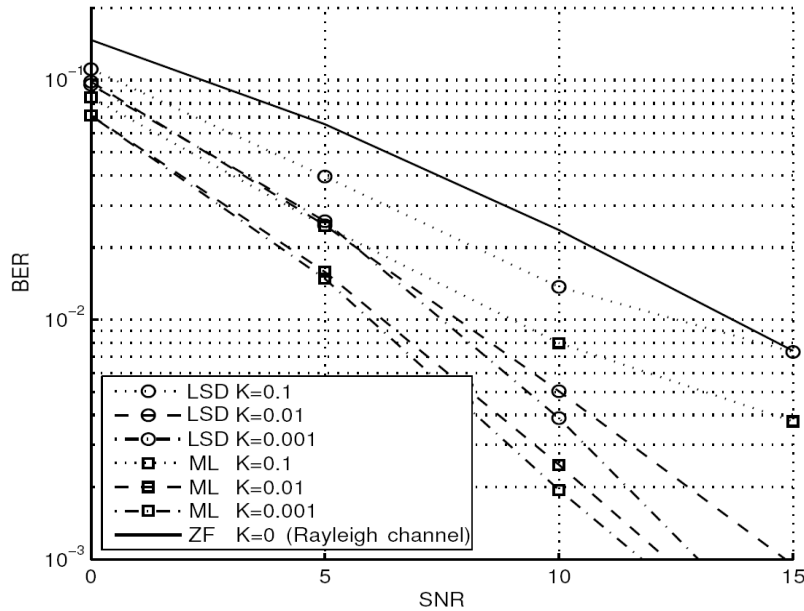


Figura 6.6: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR sobre un canal con desvanecimiento Rician, con modulación BPSK para un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

podemos lograr una disminución en la complejidad de hasta 95 % respecto al detector ML, pero para ello debemos sacrificar rendimiento.

### 6.3.2. Detector LSD

Con el fin de conocer el comportamiento de los diferentes detectores ante perturbaciones en el sistema de comunicación MIMO, se simularon transmisiones de datos con modulación BPSK, bajo diferentes condiciones de canal, como el canal de desvanecimiento Rayleigh, Rician y Rayleigh Correlacionado, con arreglos de antenas cuadrados de  $2 \times 2$ .

En las figuras 6.6 y 6.7 se observa el rendimiento del detector ZF sobre un canal de desvanecimiento Rayleigh, este detector como se ha mencionado tiene una baja complejidad computacional y un rendimiento inferior a los detectores ML y SD. Conocer el rendimiento del detector ZF sobre un canal de comunicación Rayleigh, nos ayudará a evaluar los algoritmos ML y LSD, es decir, si el rendimiento del detector LSD bajo condiciones de transmisión hostiles (canal Rician y Rayleigh Correlacionado), es similar al rendimiento que presenta el detector ZF sobre un canal Rayleigh, entonces podemos considerar que el rendimiento del detector LSD es aceptable.

Usando el Detector LSD, con una SNR de 10 dB y un canal de desvanecimiento Rician con  $K = 0.1$ , obtenemos una ganancia de 2.5 dB comparada con el detector ZF, como se aprecia en la Figura 6.6. De manera similar, sobre un canal de desvanecimiento Rayleigh Correlacionado con  $\vartheta = 0.5$ , se obtiene un rendimiento similar al de ZF. Cuando  $\vartheta < 0.5$  se obtiene una ganancia de aproximadamente 5 dB cuando la SNR es de 5 dB y aumenta

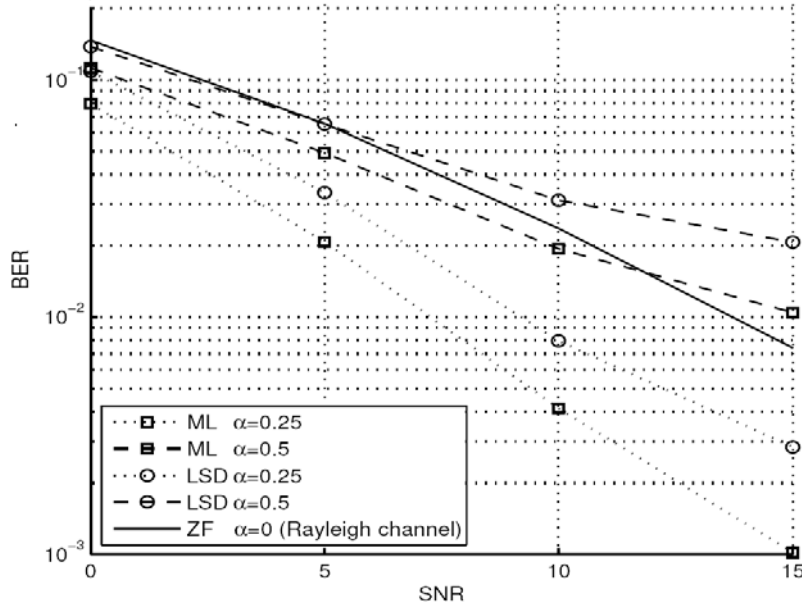


Figura 6.7: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh correlacionado, con modulación BPSK para un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

conforme SNR aumenta, como se observa en la Figura 6.6.

En la Figura 6.8 se compara la complejidad de los detectores ML, GSD y LSD. Podemos ver que para este caso, el número de nodos visitados por el método ML es de 4, y se mantiene constante al aumentar la SNR. El método GSD puede visitar hasta aproximadamente 6 nodos, lo cual indica que visita nodos que no existen en la constelación de resultados posibles ( $A^m$ ) y que su complejidad computacional es superior a la presentada por el detector ML cuando la SNR es menor que 12 dB, cuando la SNR supera los 12 dB la complejidad del GSD disminuye hasta poder realizar la detección visitando únicamente un nodo. La ventaja del detector LSD sobre el GSD se observa en mayor medida cuando la SNR es menor a 12 dB, ya que el detector LSD solo visita los nodos existentes en la constelación  $A^m$ , por lo que, a diferencia de el método GSD, su complejidad nunca será superior a la del método ML.

El estudio anterior nos indica que el detector LSD presenta una complejidad inferior al detector ML y similar a LSD, además se ha comprobado que mantiene sus características, incluso bajo canales donde los datos transmitidos se ven afectados en mayor medida que en un canal de desvanecimiento Rayleigh.

### 6.3.3. Detector iLSD

Cuando la modulación utilizada para la transmisión de datos es una modulación compleja como 8PSK, los detectores de esfera como el detector GSD (mencionado en la Sección 5.1), requieren de la descomposición de los datos recibidos, en sus componentes real y

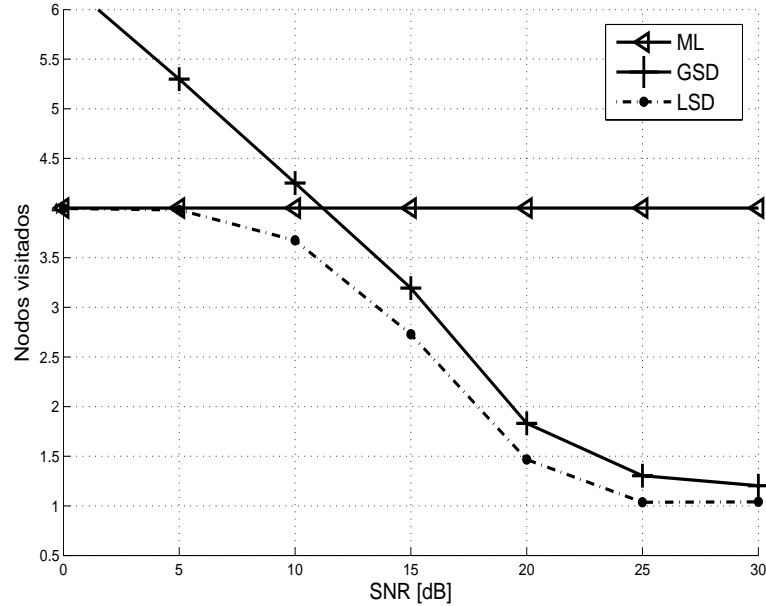


Figura 6.8: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación BPSK sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

complejo, por lo tanto los elementos a decodificar se duplican.

El algoritmo iLSD se propone para evitar la duplicación de elementos cuando se utilizan modulaciones PSK y así disminuir la complejidad, se basa en los algoritmos CSD y LSD. Es importante recordar aquí que el algoritmo iLSD tiene las siguientes características: no es necesario calcular la inversa del canal, utiliza la factorización **QR**, requiere conocer el ángulo de fase del dato recibido, su constelación de datos posibles a recibir consta solo de ángulos de fase, requiere de un ángulo de apertura ( $\eta$ ) para definir el área de búsqueda e implementa el algoritmo de corrección propuesto en la Sección 5.5.1.

Resaltar que las simulaciones se realizaron sobre un canal de desvanecimiento Rayleigh y con arreglo de antenas cuadrado, es decir sistemas  $M \times N$  con  $M = N = 2$ , además el algoritmo SDVB hace uso de la etapa de corrección descrita en la Sección 5.6 con el fin de aumentar su rendimiento. En la Figura 6.9 con una modulación BPSK se puede ver que todos los métodos de detección estudiados, tienen un rendimiento muy cercano al dado por detector ML. En la Figura 6.10 con una modulación 8PSK, observamos algo similar a la 6.9, los detectores tienen un desempeño similar a ML.

En la Figura 6.11 podemos observar que para poder alcanzar un desempeño similar al detector ML, algunos métodos como SDVB tienen que incrementar su complejidad computacional y visitar en ocasiones nodos inexistentes en la constelación  $A^m$ . Por otro lado se puede observar que el método LSD se ve superado por los detectores CSD e iLSD. El detector CSD visita en promedio 2 nodos para obtener un desempeño comparable a la detección del detector ML, mientras que el detector iLSD puede obtener el mismo desempeño

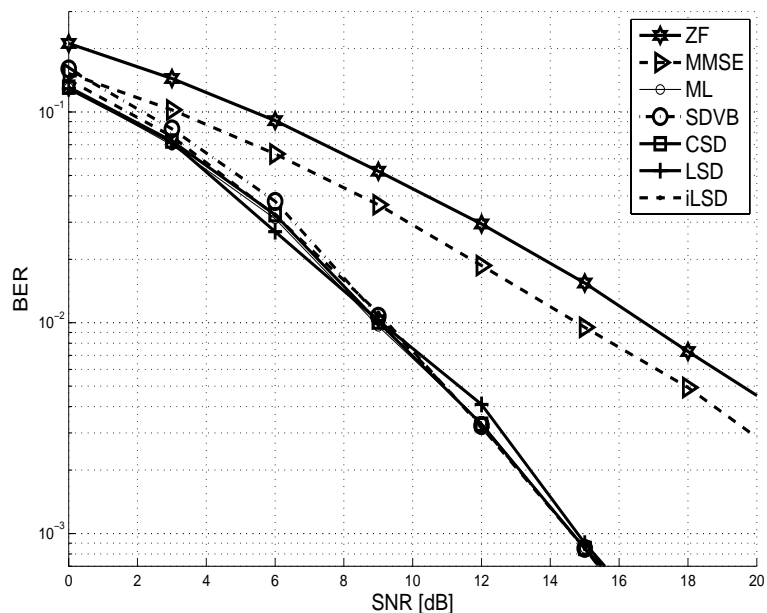


Figura 6.9: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh, modulación BPSK para un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

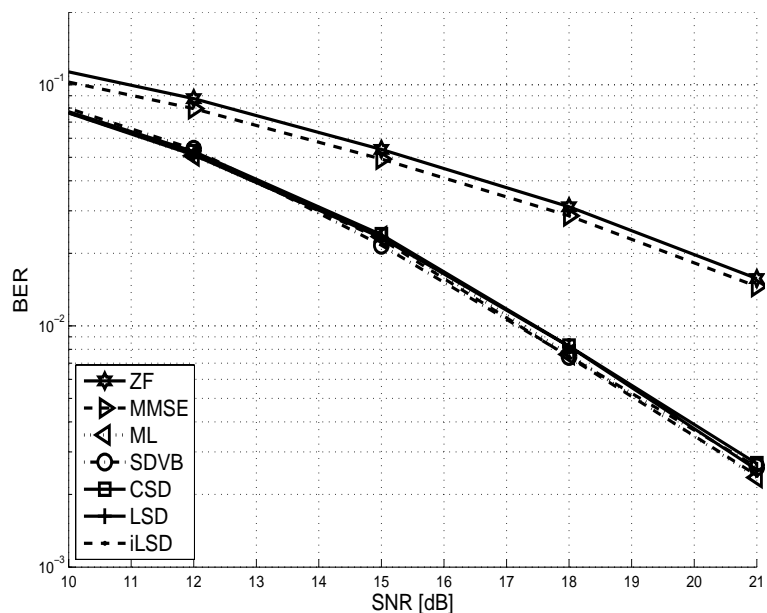


Figura 6.10: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, sobre un canal con desvanecimiento Rayleigh, modulación 8PSK para un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

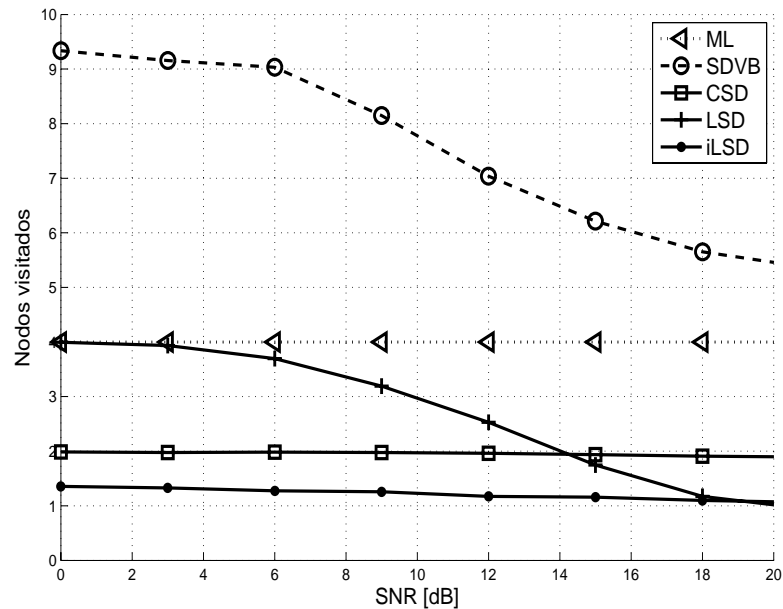


Figura 6.11: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación BPSK sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

visitando en promedio 1.2 nodos.

Cuando se utilizan modulaciones de orden alto (8PSK), los algoritmos de esfera mantienen una complejidad moderada, una excepción es el detector LSD, el cual incrementa su complejidad notablemente, esto debido a principalmente a la conversión realizada, la cual duplica las dimensiones del arreglo e incrementa la complejidad, su aumento es considerable que incluso supera al detector ML por lo cual no fue incluido en la gráfica. El detector iLSD presenta una complejidad notablemente inferior a los demás métodos expuestos en la Figura 6.12.

Es importante resaltar que el detector iLSD presenta un rendimiento casi idéntico al obtenido por los detectores CSD y ML (recordar que el ML es considerado óptimo), pero su complejidad es mucho menor que en ambos detectores, esto se puede ver claramente en la Figura 6.11 y con más claridad en la Figura 6.12.

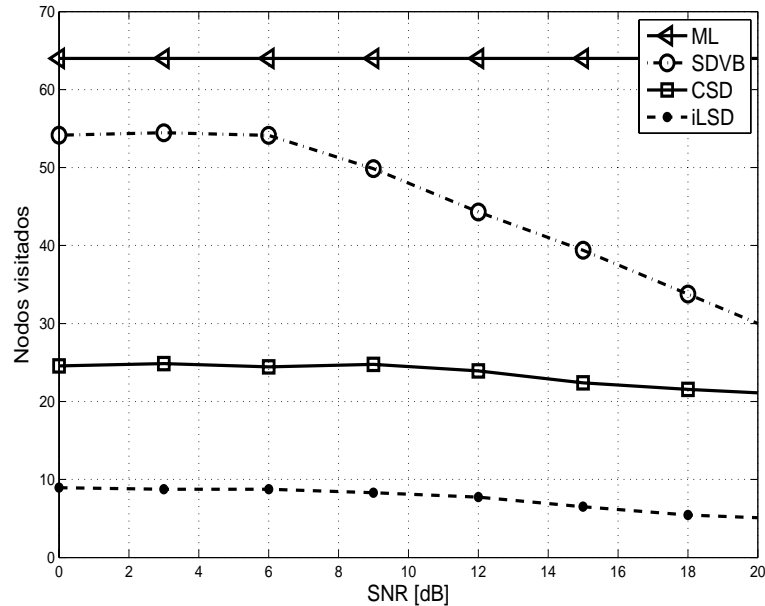


Figura 6.12: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación 8PSK sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

#### 6.3.4. Detector iLSD+

Dado los alentadores resultados obtenidos con el detector iLSD, se optó por generar un método alternativo, adecuado para modulaciones QAM, donde se aproveche el mismo principio del método iLSD, la búsqueda del nodo enviado sobre un arco, por lo que surgió el algoritmo iLSD+ (descrito en la Sección 5.6). Este nuevo algoritmo tiene la capacidad o cualidad de ver las constelaciones QAM capa por capa, lo que significa que realiza la detección de símbolos con una constelación similar a la generada por las modulaciones PSK, como se ejemplifica en la Figura 6.13, donde se observa resaltado en color rojo dos arcos, y una de ellas contiene el dato estimado, particularmente en este ejemplo, la detección se realiza visitando un único nodo.

En la Figura 6.14 se muestra el rendimiento del modelo iLSD+ en un sistema MIMO de  $2 \times 2$  con modulación 16QAM, sobre un canal de desvanecimiento Rayleigh, se puede observar que presenta un rendimiento similar a ML, y lo mismo sucede en la Figura 6.15, donde su rendimiento sigue siendo similar incluso cuando se ha incrementado el orden de la modulación a 64QAM. Se puede decir que este método presenta buenos resultados y eso se corrobora en la Figura 6.16 donde podemos observar que su complejidad computacional es bastante baja en comparación con el detector ML, el cual no aparece en la gráfica debido a que el número de nodos visitados independientemente de la SNR es de 4096, número que está fuera de la escala. Por lo tanto se logra una ganancia de aproximadamente el 95% respecto al método ML y 70% respecto los métodos iLSD y CSD.



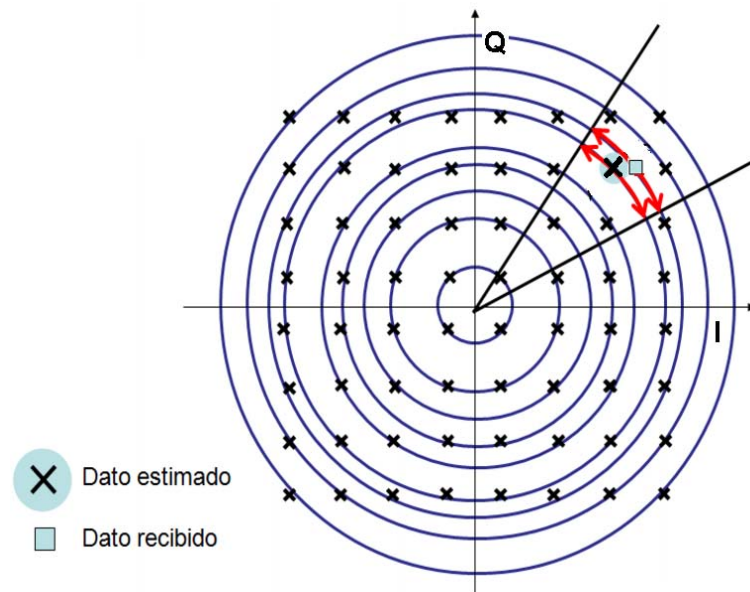


Figura 6.13: Radios utilizados para la detección de datos con modulación 64QAM, definición del ángulo de apertura y búsqueda en dos capas.

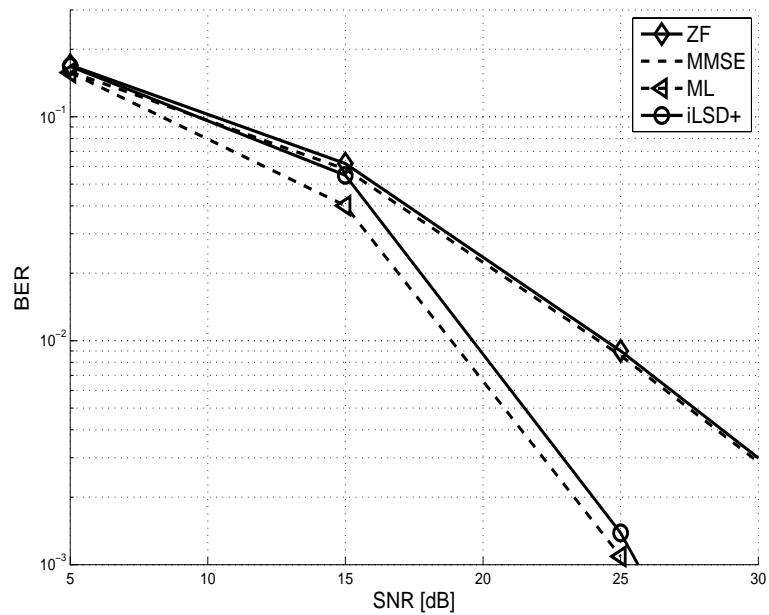


Figura 6.14: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR con modulación 16QAM, sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

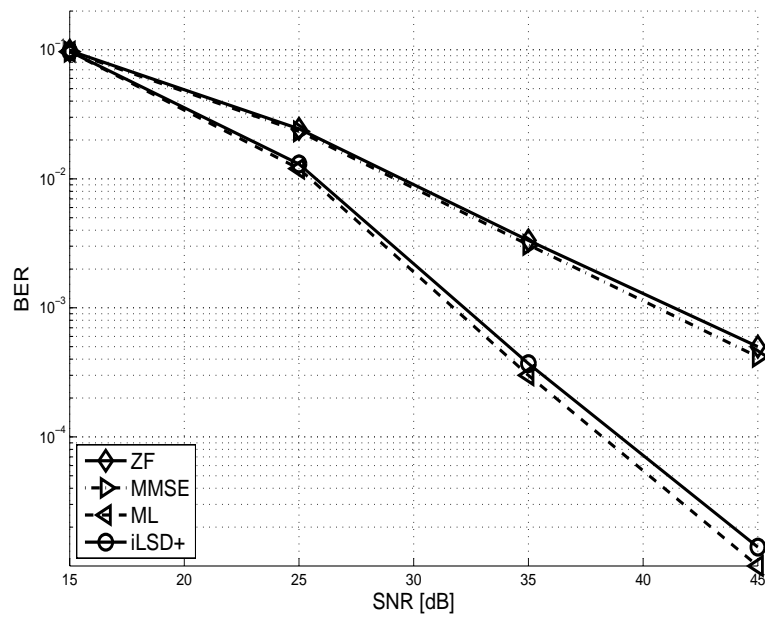


Figura 6.15: Gráfica de rendimiento, BER vs SNR, con modulación 64QAM, sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

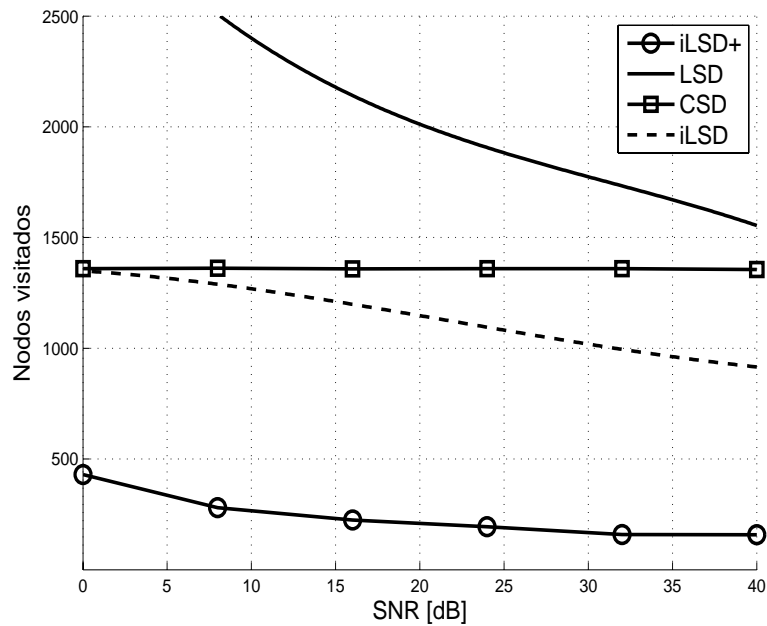


Figura 6.16: Gráfica de complejidad, Nodos visitados vs SNR, con modulación 64QAM sobre un sistema MIMO de  $2 \times 2$ .

# Capítulo 7

## CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

De acuerdo al estudio realizado en la literatura, se ha observado que los sistemas MIMO son una herramienta que ha ayudado al aumento del rendimiento en los sistemas de comunicación inalámbricos, se encuentran sugeridos o establecidos en los estándares actuales. Además es posible incrementar su rendimiento con la utilización de algunos sistemas de detección.

La etapa de detección en los estándares actuales, generalmente no se encuentra estandarizada, así cada fabricante, implementa el más redituable según su estrategia de precios o desempeño. Los detectores implementados generalmente son el detector ZF y el MMSE, además de ocasionalmente bajo circunstancias puntuales se ha implementado el detector de máxima verosimilitud, considerado ideal y con una complejidad exponencial, como ya ha sido mencionado en este trabajo.

La detección de esfera es un método que ha cobrado interés a partir de la década pasada, es capaz de lograr la detección óptima, pero con una complejidad polinomial, que depende de forma importante de los métodos de ordenamiento implementados, de el radio de búsqueda y del estado del canal [12][50].

### 7.1. Conclusiones

La detección de esfera puede ser en un futuro cercano una herramienta muy utilizada para maximizar el rendimiento de los sistemas MIMO, ya que con ellos se puede obtener la detección óptima conjuntamente con una complejidad moderada. Los resultados obtenidos comprueban las características mencionadas y muestran que el detector de esfera puede ser un complemento interesante para las comunicaciones MIMO ayudando a incrementar la velocidad de transferencia y/o el área de cobertura.

La disminución en la complejidad del detector de esfera se basa en la utilización de la descomposición QR, de la ordenación implementada, el radio de búsqueda y del estado del canal. La descomposición **QR** y su implementación permiten que el problema se resuelva gradualmente, de esta manera se divide el problema global en problemas de menor

complejidad matemática. La implementación de un radio automático limita el tamaño de la esfera de búsqueda y así también el número de posibles soluciones, sin embargo, si el radio de búsqueda es demasiado pequeño, se corre el riesgo de no encontrar una solución válida. El equilibrio entre complejidad y rendimiento es un punto primordial en la elección del tipo de cualquier detector. En esta tesis hemos presentado tres métodos computacionalmente eficientes para resolver el problema de mínimos cuadrados, con un resultado similar al método ML.

Primero se ha trabajado con el método LSD, que tiene como principal ventaja su baja complejidad respecto al método ML y a el método general, mantiene un rendimiento aceptable bajo canales de alta distorsión de datos como el Rician y el Rayleigh correlacionado.

En segundo lugar se propuso el método iLSD el cual está pensado para la detección de símbolos con modulaciones PSK, es capaz de presentar un rendimiento similar al obtenido con el método ML e igual cuando se agrega una etapa de corrección de error, descrita en sección 5.6.1, al momento de aplicar esta etapa de corrección se sacrifica la complejidad, ya que aumenta, aun así mantiene una complejidad inferior a métodos GSD, ML, y CSD y a su predecesor LSD.

Por último se trabajó en un método para la detección de símbolos QAM, el cual se conoce en esta tesis como iLSD+ y es capaz de realizar la detección en modulaciones PSK con el mismo rendimiento alcanzado por el iLSD ya que comparten una estructura similar, diferenciada solo por una etapa donde se realiza la división en capas de una modulación QAM y se escogen las capas donde se estima se encuentra el dato recibido. Por lo tanto este método delimita el área de búsqueda mediante la elección de capas y el ángulo de apertura. Los resultados muestran que es un algoritmo muy eficiente, para una modulación 64QAM y comparándolo con el método ML se logra una ganancia de hasta el 95 % en términos de nodos visitados.

Se ha comprobado en este trabajo que la detección de esfera es capaz de igualar el desempeño logrado por el detector ML, disminuyendo la complejidad computacional hasta en un 95 %. Comparado con los detectores ZF y MMSE el rendimiento logrado ha sido superior, este incremento se paga con el aumento de la complejidad del detector, pero gracias al avance de la tecnología, cada vez es más accesible la implementación de soluciones como el detector de esfera en equipos comerciales.

## 7.2. Propuestas para el Trabajo Futuro

Quedaron abiertas varias líneas que merecen su atención e investigación en un futuro y que servirían de complemento y perfección del trabajo realizado. Estas son las que se proponen:

- Investigar la posible hibridación de la búsqueda directa con métodos de decodificación de esfera.

- 
- Investigar otras variantes de la solución del problema CVP donde se utilice la descomposición de valores singulares, de modo que la búsqueda pueda ser dirigida por los valores singulares de la matriz de canal.
  - Aplicar los métodos desarrollados en esta tesis en problemas CVP que puedan surgir en otros campos como sistemas de audio, etc.
  - Profundizar en el apartado de ordenamiento de matrices para la decodificación SD.
  - Debe ser investigado un método para determinar el radio de búsqueda inicial, el cálculo adecuado del radio asegura la disminución de la en complejidad de la mayoría de los detectores SD.



## Bibliografía

- [1] B. Vucetic and J. Yuan, *Space-time Coding*. John Wiley and Sons, 2003.
- [2] G. J. Foschini and M. J. Gans, “On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas,” *Wireless Personal Communications*, vol. 6, pp. 311–335, Marzo 1998.
- [3] J. Winters, “On the capacity of radio communication systems with diversity in a rayleigh fading environment,” *IEEE Journal on selected areas on communications*, vol. 5, pp. 871–878, Junio 1987.
- [4] I. E. Telatar, “Capacity of multiple antenna gaussian channels,” *European Transactions on Communications*, vol. 10, pp. 585–595, Noviembre 1999.
- [5] IEEE, “Standart for information tecnology telecommunications and information exchange between systems local and netropolitan area networks specific requirements,” <http://standards.ieee.org/getieee802/download/802.11n-2009.pdf>.
- [6] W. F. M. WiMAX, “Wimax forum® announces first wimax<sup>TM</sup> certified mimo 2.3 ghz mobile products,” <http://www.wimaxforum.org/news/2508>.
- [7] 3GPP, “Lte,” <http://www.3gpp.org/article/lte>.
- [8] J. Proakis, *Digital Communications*. McGraw-Hill, 2000.
- [9] R. A. T. Rasúa, “Algoritmos paralelos para la solución de problemas de optimización discretos aplicados a la decodificación de señales.” Universidad Politecnica de Valencia, España.
- [10] J. Jalden and B. Ottersten, “On the complexity of sphere decoding in digital communications,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, pp. 1474 – 1484, Abril 2005.
- [11] U. Fincke and M. Pohst, “Improved methods for calculating vectors of short length in a lattice, including a complexity analysis,” *Mathematics of Computation*, vol. 44, pp. 463–471, Abril 1985.

- [12] B. Hassibi and H. Vikalo, "On the sphere-decoding algorithm i. expected complexity," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 53, pp. 2806–2818, Agosto 2005.
- [13] J. F. C. León, U. P. Rico, E. S. Navarro, and R. A. González, "Análisis de desempeño del decodificador esférico en receptores mimo," *2do. Encuentro de Telecomunicaciones y Análisis de Señales (ETAS)*, Septiembre 2010. Univeridad Autonoma De San Luis Potosí.
- [14] J. F. C. León, U. P. Rico, E. S. Navarro, and R. A. González, "Complexity improved sphere decoder for highly correlated and los channels," *Research in Computing Science, Advances in Computer Science and Electronic Systems*, vol. 52, pp. 308–316, Abril 2011.
- [15] Andrews, J. Ghosh, and R. A. Muhamed, *Fundamentals of WiMAX*. Prentice Hall, 2007.
- [16] Atheros, *Achieving Higher Throughput and Greater Range in 802.11n Networks by Sustaining Signals for Improved Performance and Reliability*. Atheros white Paper, Diciembre 2009.
- [17] R. T.S., *Wireless Communications: Principles and Practice*. New Jersey: Prentice-Hall, 1996.
- [18] W. Tomasi, *Sistemas de comunicaciones electrónicas*. Pearson Educación, 2003.
- [19] C. D. Charalambous and N. Menemenlis, "Stochastic models for short term multipath fading channels: Chi-square and ornstein-uhlenbeck process," *Proceedings of the 38th IEEE Conference on Decision and Control, 1999*, vol. 5, pp. 4959 – 4964, Diciembre 1999.
- [20] J. M. H. Rábanos, *Comunicaciones Moviles*. Centro de Estudios Ramón Areces, 2004.
- [21] J. A. A. Sánchez, "Estudio de las principales técnicas de modulación para el canal de radio," *Tesis profesional para obtener título en Licenciatura en Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones*, Enero 2005. Universidad de las Américas Puebla.
- [22] B. Sklar, *Digital communications: fundamentals and applications*. Prentice-Hall, 2001.
- [23] P. C. Y. Arias, "Estudio de los canales con desvanecimiento sobre redes fijas y moviles en sistemas de radio comunicación," *Tesis profesional para obtener título en Ingeniero en Electrónica y Telecomunicaciones*, Enero 2005. Escuela Politecnica Nacional, Ecuador.
- [24] U. P. Rico, *Link Optimisation for Mimo Communication Systems*. LAP Lambert, 2010.



- [25] U. M. de San Nicolás de Hidalgo, “Correlacion,” <http://dieumsnh.qfb.umich.mx/estadistica/correlacion.htm>.
- [26] D. P. S. de Rivera., *Deducción de distribuciones: el metodo de Montecarlo. Fundamentos de Estadística*. Alianza Editorial, 2001.
- [27] Tranter and W.H., *Principles of communication systems simulation with wireless applications*. Prentice Hall, 2004.
- [28] J. A. Mañas, “Análisis de algoritmos complejidad,” [www.lab.dit.upm.es/simlprg/material/apuntes/o/index.html](http://www.lab.dit.upm.es/simlprg/material/apuntes/o/index.html). Universidad Politecnica de Madrid, España.
- [29] D. M. T., “Estimación de canal y selección adaptativa de código espacio-tiempo en sistemas de diversidad en transmisión,” Julio 2006. Universidad de Cantabria, Cataluña.
- [30] G. S. and V. R., “Order statistics based diversity combining for fading channels,” Noviembre 1998. Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers, 1998.
- [31] H. Hourani, “An overview of diversity techniques in wireless communication systems,” *Postgraduate Course in Radio Communications*, 2005. Helsinki University of Technology, Finlandia.
- [32] V. Tarokh, N. Seshadri, S. Member, and A. R. Calderbank, “Space-time codes for high data rate wireless communications: Performance criterion and code construction,” *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 44, pp. 744–765, Marzo 1998.
- [33] C. E. Shannon, “Communication in the presence of noise,” *Proceeding of the IRE and waves and electrons*, vol. 17, pp. 10–21, Enero 1949.
- [34] D. Shiu, G. Foschini, M. Gans, and J. Khan, “Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 48, pp. 502–513, Marzo 2000.
- [35] D. Gesbert, H. Bolcskei, D. Gore, and A. Paulraj, “Mimo wireless channels: Capacity and performance prediction,” *IEEE Globecom 2000*, vol. 2, pp. 1083–1088, Noviembre 2000.
- [36] S. Loyka and A. Kouki, “On mimo channel capacity, correlations, and keyholes: Analysis of degenerate channels,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 50, pp. 1886 – 1888, Diciembre 2002.

- [37] D.-S. Shiu, G. J. Foschini, M. J. Gans, and J. M. Kahn, "Fading correlation and its effect on the capacity of multielement antenna systems," *IEEE TRANSACTIONS ON COMMUNICATIONS*, vol. 48, pp. 502–513, Marzo 2000.
- [38] K. I. Pedersen, J. B. Andersen, J. P. Kermoal, and P. Mogensen, "Second order statistics of nlos indoor mimo channels based on 5.2 ghz measurements," *IEEE Global Telecommunications Conference, GLOBECOM 2001.*, vol. 2, pp. 156 – 160, Agosto 2000.
- [39] W. C. Lee, "Effects on correlation between two mobile radio base-station antennas," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 22, pp. 130–140, Noviembre 1973.
- [40] I. . web site, "Ieee 802.16 in imt-advanced," [http://ieee802.org/802\\_tutorials/2011-03/8021611\\_0005.pdf](http://ieee802.org/802_tutorials/2011-03/8021611_0005.pdf).
- [41] W. F. M. WiMAX, "Part 1: A technical overview and performance evaluation," <http://www.wimaxforum.org/technology/downloads/>, Agosto 2006.
- [42] P. Loc and M. Cheong, "Tgac functional requirements rev. 0," *doc.: IEEE 802.11-09/0304r0/*, Marzo 2009.
- [43] D. R. Canchi, "Ieee standard 802.20<sup>tm</sup> mbwa mobile broadband wireless access systems supporting vehicular mobility," [http://ieee802.org/minutes/2011-March/80220workshop/IEEE\\_March2011WorkshopIEEE80220CanchiDraftv2.pdf](http://ieee802.org/minutes/2011-March/80220workshop/IEEE_March2011WorkshopIEEE80220CanchiDraftv2.pdf), Marzo 2011.
- [44] W. Bolton and Y. X. M. Guizani, "Ieee 802.20: mobile broadband wireless access," *IEEE Wireless Communications*, vol. 14, pp. 84–95, Febrero 2007.
- [45] G. web site, "3gpp," <http://www.3gpp.org/About-3GPP>.
- [46] D. Micciancio and S. Goldwasser, *Complexity of Lattice Problems*. Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [47] T. Kailath, H. Vikalo, and B. Hassibi, *Space-Time Wireless Systems: From Array Processing to MIMO Communications*. 2006.
- [48] Spencer, Q.H., Swindlehurst, A.L., and H. M., "Zero-forcing methods for downlink spatial multiplexing in multiuser mimo channels," *Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 52, pp. 461–471, Febrero 2004.
- [49] C. Schnorr and M. Euchner, "Lattice basis reduction: Improved practical algorithms and solving subset sum problems," *Lecture Notes in Computer Science*, vol. 529, pp. 68–85, 1994.

- 
- [50] H. Vikalo and B. Hassibi, "On sphere decoding algorithm ii. generalizations, second-order statistics, and applications to communications," *IEEE transactions on signal processing*, vol. 53, pp. 2819–2834, Agosto 2005.
- [51] A. Stefanov and T. Duman, "Turbo-coded modulation for systems with transmit and receive antenna diversity over block fading channels: system model, decoding approaches, and practical considerations," *Global Telecommunications Conference, GLOBECOM 1999*, vol. 19, pp. 2336–2340, 2001.
- [52] H. Vikalo, B. Hassibi, and T. Kailath, "Iterative decoding for mimo channels via modified sphere decoding," *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 3, pp. 2299–2311, Noviembre 2004.
- [53] M. Grotschel, L. Lovasz, and A. Schrijver, *Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization*. Springer Verlag, 1993.
- [54] G. H. Golub and C. F. V. Loan, *Geometric Algorithms and Combinatorial Optimization*. Matrix computations, 1996.
- [55] D. Wubben, R. Bohnk, V. Kuhn, and K.-D. Kammeyer, "Near maximum likelihood detection of mimo systems using mmse based lattice reduction," *2004 IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, Junio 2004. 798-802.
- [56] R. B. Wubben, V. Kuhn, and K.-D. Kammeyer, "Mmse extension of v-blast based on sorted qr decomposition," *IEEE Semiannual Vehicular Technology Conference (VTC2003-Fall)*, vol. 1, pp. 508 – 512, Octubre 2003.
- [57] E. L. Lawler and D. E. Wood, "Branch-and-bound methods: A survey," *Operations Research*, vol. 14, pp. 699–719, Febrero 1966.
- [58] D. Micciancio, "The hardness of the closest vector problem with preprocessing," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 47, pp. 1212–1215, Marzo 2001.
- [59] M. O. Damen, "On maximum likelihood detection and the search for the closest lattice point," *IEEE transections on information theory*, vol. 49, pp. 2389 – 2402, Octubre 2003.
- [60] B. M. Hochwald and S. ten Brink, "Achieving near capacity on a multipleantenna channel," *Bell Laboratories*, Agosto 2001.